

Дифференцирования в алгебре

курс И.В. Аржанцева

летняя школа "Современная математика"(г. Дубна), 20-24 июля 2014 года

ЗАДАЧИ К ЗАНЯТИЮ 2

Задача 1. Пусть $D, E \in \text{LND}(A)$ и $[D, E] = 0$. Докажите, что $D + E \in \text{LND}(A)$.

Задача 2. Приведите пример дифференцирования D алгебры $k[x, y]$, для которого $\text{Ker } D$ не является факториально замкнутой подалгеброй в $k[x, y]$.

Задача 3. Приведите пример подалгебры в $k[x, y]$, которая не является ядром никакого дифференцирования.

Задача 4. Покажите на примере, что если алгебра A имеет делители нуля, то возможно $D \in \text{LND}(A)$, $aD \in \text{LND}(A)$, но $a \notin \text{Ker } D$.

Задача 5. Приведите пример двух локально нильпотентных дифференцирований алгебры $k[x, y]$, коммутируя которые мы сможем получить бесконечно много линейно независимых дифференцирований.