

### Задачи

1. Описать  $X = \{f = 0\} \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^2$ , где  $\deg f = 2$  и  $f$  — квадратичная форма ранга  $< 3$ .

2. Проверить, что изоморфизм  $x = \{z_0 z_2 - z_1^2 = 0\} \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^2$  и  $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$

$$(z_0 : z_1 : z_2) \mapsto \begin{cases} (z_0 : z_1), & \text{если } (z_0, z_1) \neq (0, 0) \\ (z_1 : z_2), & \text{если } (z_1, z_2) \neq (0, 0) \end{cases}$$

— это проекция из точки  $P_2 = (0 : 0 : 1)$

3. Пусть  $X = \{z_0 z_2^2 - z_1^3 = 0\} \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^2$ .

Проверьте, что  $X \cong \mathbb{C}\mathbb{P}^1$ .

4. Пусть  $X = \{z_0(z_1^2 + z_2^2) - z_1^3 = 0\} \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^1$

Проверьте, что  $X = \mathbb{C}\mathbb{P}^1$  с склеенными двумя точками.

5. Проверьте, что многообразия из пунктов 3. и 4. являются проекциями *кривой Веронезе*  $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \rightarrow \mathbb{C}\mathbb{P}^3$ ,  $(u_0 : u_1) \mapsto (u_0^3 : u_0^2 u_1 : u_0 u_1^2 : u_1^3)$

6. Проверьте, что  $X = \{z_0^3 + z_1^3 + z_2^3 = 0\}$  не изоморфна  $\mathbb{C}\mathbb{P}^1$ .

(Указание: придумайте триангуляцию и посчитайте  $B - P + G$ .)

7. Пусть  $X = \{z_0 z_2 - z_1^2 = z_0 z_3 - z_1 z_2 = z_1 z_3 - z_2^2 = 0\} \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^3$ .

Проверьте, что  $X \cong \mathbb{C}\mathbb{P}^1$

8. Пусть

$$X = \left\{ \begin{array}{ll} z_{00} z_{11} = z_{01}^2, & z_{00} z_{12} = z_{01} z_{02} \\ z_{00} z_{22} = z_{02}^2, & z_{11} z_{02} = z_{01} z_{12} \\ z_{11} z_{22} = z_{12}^2, & z_{22} z_{01} = z_{02} z_{12} \end{array} \right\} \subset \mathbb{C}\mathbb{P}^5.$$

Проверьте, что  $X \cong \mathbb{C}\mathbb{P}^2$