Теневое исчисление
С К. Ландо
(2 занятия)

Бином Ньютона

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n + \binom{n}{1}x^{n-1}y + \binom{n}{2}x^{n-2}y^2 + \dots + \binom{n}{n}y^n$$

(здесь $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ это биномиальный коэффициент, обозначаемый также через C_n^k) можно интерпретировать как свойство последовательности степеней $x^0, x^1, x^2, \dots$. Оказывается, эта последовательность — не единственная последовательность с таким свойством. Например, если мы рассмотрим последовательность многочленов

$$(x)_n = x(x-1)(x-2)\dots(x-n+1)$$

(«нисходящие факториалы»), то для нее также

$$(x+y)_n = \binom{n}{0}(x)_n + \binom{n}{1}(x)_{n-1}(y)_1 + \binom{n}{2}(x)_{n-2}(y)_2 + \dots + \binom{n}{n}(y)_n$$

(проверьте!). Такие последовательности многочленов называются *биномиальными*, их много, и многие из них оказываются очень интересными. Долгое время наличие у биномиальных последовательностей многочисленных общих свойств воспринималось как нечто таинственное и необъяснимое, почему их изучение и было названо umbral calculus, т.е. *теневое исчисление*. Работы Рота в 60-х годах прошлого века сорвали с теневого исчисления покров тайны, однако не уменьшили интерес к биномиальным последовательностям, поскольку они регулярно возникают в самых разных областях математики. На занятиях мы обсудим, как выписывать все биномиальные последовательности и какие у них свойства. Все необходимые для этого выходящие за рамки школьной (а изредка и университетской) программы сведения будут сообщены.