

## Перегородки и подмножества

1. Сколькими способами множество, состоящее из  $n$  элементов можно разбить на два множества?
2. Сколькими различными неупорядоченными парами подмножеств найдется для множества из  $n$  элементов?
3. а) Сколькими способами можно разложить 20 одинаковых шаров по 8 различным коробкам?  
б) А так, чтобы ни одна коробка не осталась пустой?  
с) А если шары не одинаковые, а по 5 красных, синих, зеленых и желтых?
4. В почтовом отделении продаются открытки 10 видов. Сколькими способами можно купить в нем  
а) 12 открыток?  
б) 8 открыток?  
с) 8 различных открыток?
5. Каких чисел от 1 до 1000000 включительно больше представимых в виде суммы точного квадрата и точного куба или не представимых?
6. Доступ к сейфу имеют 11 членов комиссии. Каким наименьшим числом замков необходимо снабдить сейф для того, чтобы при определенном наборе ключей любые 6 членов комиссии, собравшись вместе могли его открыть, а любых пяти членов было бы недостаточно?
7. В стране провели анкету, в которой требовалось назвать своего любимого писателя, художника и композитора. Оказалось, что каждый упомянутый хоть раз деятель искусств является любимым для не более чем  $k$  человек. Докажите, что всех опрошенных можно разделить на не более чем  $3k - 2$  группы, чтобы в каждой группе любые два человека имели абсолютно разные вкусы.
- 8\*. Какое максимальное число клеток шахматной доски можно отметить так, чтобы центры никаких четырех отмеченных клеток не оказались вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными краям доски?