ОТЧЕТ О ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОЙ И НАУЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ЗА 2009 Г. ПО ГРАНТУ КОНКУРСА ДЕЛИНЯ 2006 Г.

ПАНОВ ТАРАС ЕВГЕНЬЕВИЧ

1. Результаты, полученные в 2009 г.

В работе [2] построен «универсальный торический род» — универсальный гомоморфизм из кольца геометрических T^k-эквивариантных комплексных кобордизмов в кольцо кобордизмов классифицирующего пространства k-мерного тора T^k. В случае действия с изолированными неподвижными точками получены формулы для универсального рода и других родов Хирцебруха на основе теоремы локализации. В случае квазиторических многообразий это привело к явному вычислению родов в терминах данных неподвижных точек. Получены приложения к проблемам жёсткости эквивариантных родов. В частности, доказано, что обобщённый эллиптический род Кричевера является универсальным для родов, жёстких на SU-многообразиях.

Простой выпуклый многогранник P называется когомологически жёстким, если его комбинаторная структура полностью определяется кольцом когомологий произвольного (квази)торического многообразия над P. Не любой простой многогранник обладает этим свойством, но известно, что, например, симплексы или кубы являются когомологически жёсткими. В работе [4] мы устанавливаем когомологическую жёсткость для нескольких новых серий многогранников; в частности, для большинства 3-мерных многогранников с малым числом граней и для произвольных произведений симплексов. Когомологическая жёсткость многогранника устанавливается на основе анализа алгебраических биградуированных чисел Бетти его кольца граней, которые сами по себе являются весьма интересными комбинаторными инвариантами, происходящими из коммутативной гомологической алгебры.

Симплициальные частично упорядоченные множества представляют собой комбинаторные структуры, лежащие в основе «обобщённых симплициальных комплексов», в которых грани по-прежнему являются симплексами, но две грани могут пересекаться по любому подкомплексу границы, а не только по единственной грани. Такие комплексы также известны под названием «идеальных триангуляций» в маломерной топологии, или «симплициально клеточных комплексов». В работе [3] мы обобщаем конструкцию момент-угол-комплекса на симплициальные частично упорядоченные множества, сопоставляя каждому такому ч.у.м. $\mathcal{S}$ с m вершинами некоторый клеточный комплекс $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$ с действием тора T^m. Кольца граней $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$ симплициальных ч.у.м. обобщают кольца граней (кольца Стенли–Райснера) симплициальных комплексов, но имеют намного более сложное и богатое алгебраическое строение. Нашей основной целью является исследование колец граней $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$ топологическими методам. Пространство $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$ обладает многими важным топологическими свойствами исходного момент-угол-комплекса $\mathcal{Z}_{\mathcal{K}}$, соответствующего симплициальному комплексу $\mathcal{K}$. В частности, мы доказываем, что кольцо целочисленных когомологий $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$ изоморфно Tor-алгебре кольца граней $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$. Эти приводит к обобщению теоремы Хохстера, выражающей алгебраические числа Бетти кольца $\mathbb{Z}[\mathcal{S}]$ в терминах когомологий полных подкомплексов в $\mathcal{S}$. Наконец, мы оцениваем снизу полную размерность когомологий момент-угол-комплекса $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$, тем самым доказывая гипотезу Гальперина о торическом ранге для момент-угол-комплексов $\mathcal{Z}_{\mathcal{S}}$.

2. Опубликованные и поданные в печать работы.

[1] Т. Е. Панов. *Топология и комбинаторика действий торов.* Диссертация на соискание учёной степени доктора физико-математических наук. Защита: 25 декабря 2009 г., мех-мат ф-т МГУ. Текст диссертации и автореферат доступны на личной интернет-странице.

[2] Victor M. Buchstaber, Taras E. Panov and Nigel Ray. *Toric genera.* Internat. Math. Research Notes, to appear (2009); arXiv:0908.3298.

[3] Zhi Lü and Taras Panov. *Moment-angle complexes from simplicial posets.* Preprint (2009); arXiv:0912.????.

[4] Suyoung Choi, Taras Panov, and Dong Youp Suh. *Toric cohomological rigidity of simple convex polytopes.* Journal of the London Math. Society, to appear (2009).

3. Участие в конференциях и школах.

4–10 января 2009. International meeting “Toric Geometry”, Oberwolfach, Germany; 50 min invited talk “Toric Kempf-Ness sets”.

12–13 января 2009. Конференция «Молодая математика России», НМУ, Москва, 30-мин. приглашённый доклад «Moment-angle manifolds in toric topology».

25–30 июня 2009. XXXIV Дальневосточная школа-семинар «Фундаментальные проблемы математики и информационных наук», Хабаровск, 30-мин. приглашённый доклад.

6–11 июля 2009. International Conference on Algebraic Topology CAT’09, Warszawa, Poland; plenary talk.

15–20 июля 2009. Международная конференция памяти Добрушина, ИППИ РАН, Москва, пленарный доклад.

7–11 сентября 2009. Bratislava Topology Symposium “Group Actions and Homogeneous Spaces”, Bratislava, Slovakia; plenary talk “Torus actions and complex cobordism”.

10–12 декабря 2009. Symposium on Transformation Groups, Osaka, Japan; 1 hour invited talk “The universal toric genus”.

4. Работа в научных центрах и международных группах

Являюсь руководителем российской группы совместного российско-британского гранта РФФИ–Royal Society of London 08-01-91855-КО «Торическая топология и её приложения» (“Toric topology and its applications”).

5. Педагогическая деятельность.

Доцент механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова.

Весенний семестр 2009 г.: семинарские занятия «Линейная алгебра и геометрия» для студентов 1-го курса, группа 103; специальный курс «Торическая топология» для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по геометрии и топологии.

Осенний семестр 2009 г.: обязательных занятий не веду, так как я в этом семестре на ФПК; совместно с А. А. Гайфуллиным веду специальный курс «Комбинаторная топология многообразий» для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по геометрии и топологии.

Осуществляю научное руководство 2 студентами 4-го курса (Лимонченко Иван, Устиновский Юрий).

6. Итог 3 лет.

В исходной заявке были обозначены следующие 3 направления исследований.

1. Продолжить изучение квазиторических многообразий в контексте комплексных кобордизмов, начатое в работах Бухштабера–Рэя и Бухштабера–Панова–Рэя. Главной целью является построение комбинаторной модели теории комплексных кобордизмов.

2. Изучить гомотопический тип момент-угол комплексов $\mathcal{Z}_K$ и их пространств петель путём построения соответствующих алгебраических моделей. Применить эти модели к вычислению Ext-когомологий (алгебр Йонеды) колец Стенли–Райснера. Исследовать комбинаторные приложения к задачам о числах граней симплициальных комплексов.

3. Башни Ботта, или итерированные $\mathbb{C}P^1$-расслоения над $\mathbb{C}P^1$ образуют важное семейство торических многообразий. Обобщив результаты Масуды–Панова мы планируем завершить топологическую классификацию башен Ботта в терминах их колец когомологий.

В первом направлении существенное продвижение в задаче о построении комбинаторной модели теории комплексных кобордизмов было получено в работе *V. M. Buchstaber, T. E. Panov, N. Ray, Spaces of polytopes and cobordism of quasitoric manifolds, Moscow Math. J. 7 (2007), no. 2, 219–242* (см. отчёт за 2007 г.) и в работе [2] (см. описание результатов в первом разделе).

Во втором направлении алгебраические модели для пространств петель на момент-угол-комплексах $\mathcal{Z}_\mathcal{K}$ были построены в работе *T. Panov, N. Ray, Categorical aspects of toric topology, in: "Toric Topology" (M. Harada et al, eds.), Contemp. Math. 460, AMS, Providence, RI, 2008, pp. 293–322; arXiv:0707.0300* (см. отчёт за 2008 г.). Это привело к описанию алгебр Йонеды $\mathrm{Ext}_{\mathbb{Q}[\mathcal{K}]}(\mathbb{Q},\mathbb{Q})$ колец граней для ряда важных классов симплициальных комплексов $\mathcal{K}$.

В третьем направлении продвижение в задаче топологической классификации башен Ботта в терминах их колец когомологий было получено в работе *М. Масуда, Т. Е. Панов, Полусвободные действия окружности, башни Ботта и квазиторические многообразия, Мат. Сборник 199 (2008), вып. 8, 95–122* (см. отчёт за 2008 г.). Тем не менее, общая задача пока остаётся нерешённой. $\mathbb{Z}/2$-аналог для "вещественных башен Ботта" был решён в недавней работе Масуды, с использованием наших совместных результатов.

E-mail address: tpanov@mech.math.msu.su

HTTP://HIGEOM.MATH.MSU.SU/PEOPLE/TARAS/