

ОТЧЁТ
по стипендии Пьера Делиня
за 2007-2009 гг.

Стипендиат: Борисов Денис Иванович, Башкирский государственный педагогический университет, г. Уфа.

Статьи, опубликованные при поддержке стипендии

- [1]. D. Borisov, I. Veselic'. Spectral gaps for self-adjoint second order operators // submitted.
- [2]. Д.И. Борисов. О спектре двумерного периодического оператора с малым локализованным возмущением // направлено в печать.
- [3]. D. Borisov, and G. Cardone. Homogenization of the planar waveguide with frequently alternating boundary conditions // Journal of Physics A: Mathematics and General. 2009. V. 42. No. 36, 365205 (21pp).
- [4]. D. Borisov, and P. Freitas. Asymptotics of Dirichlet eigenvalues and eigenfunctions of the Laplacian on thin domains in \mathbb{R}^d // Journal of Functional Analysis, to appear.
- [5]. D. Borisov, and P. Freitas. Eigenvalue asymptotics, inverse problems and a trace formula for the linear damped wave equation // Journal of Differential Equations. 2009. V. 247. No. 11. P. 3028-3039.
- [6]. D. Borisov and P. Freitas. Singular asymptotic expansions for Dirichlet eigenvalues and eigenfunctions on thin planar domains // Annales de l'Institut Henri Poincaré (C) Analyse non-linéaire. 2009. V. 26. No. 2. P. 547-560.
- [7]. Д.И. Борисов, Р.Р. Гадыльшин. О спектре периодического оператора с малым локализованным возмущением // Известия АН. Серия математическая. 2008. Т. 72. № 4. С. 37-66.
- [8]. Д.И. Борисов. Асимптотики для решений эллиптических систем с быстро осциллирующими коэффициентами // Алгебра и анализ. 2008. Т. 20. № 2. С. 19-42.
- [9]. D. Borisov, D. Krejcirik. \mathcal{PT} -symmetric waveguide // Integral Equations and Operator Theory. 2008. V. 62. No. 4. P. 489-515.
- [10]. Д.И. Борисов, Р.Р. Гадыльшин. Спектр периодического оператора с малым локализованным возмущением // Доклады АН. 2007. Т. 413. № 4. С. 439-443.

- [11]. Д.И. Борисов. О некоторых сингулярных возмущениях периодических операторов // Теоретическая и математическая физика. 2007. Т. 151. № 2. С. 207-218.
- [12]. D. Borisov. On the spectrum of two quantum layers coupled by a window // Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical. 2007. V. 40. No. 19. P. 5045-5066.
- [13]. Д.И. Борисов. Асимптотики собственных значений эллиптических систем с быстро осциллирующими коэффициентами // Труды ИММ УрО РАН. 2007. Т. 13. № 2. С. 33-42.
- [14]. D. Borisov. Asymptotic behaviour of the spectrum of a waveguide with distant perturbation // Mathematical Physics, Analysis and Geometry. 2007. V. 10. No. 2. P. 155-196.
- [15]. D.I. Borisov. Distant perturbations of the Laplacian in a multi-dimensional space // Annales Henri Poincare. 2007. V. 8. No. 7. P. 1371-1399.
- [16]. Д.И. Борисов, Р.Р. Гадыльшин. О спектре дифференциального оператора на оси с быстро осциллирующими коэффициентами // Математический сборник. 2007. Т. 198, № 8. С. 3-34.

Участие в научных конференциях

1. XVI International Congress on Mathematical Physics, Prague, August, 3-9, 2009
2. Mini-Workshop: Modeling and Understanding Random Hamiltonians: Beyond Monotonicity, Linearity and Independence, Oberwolfach, December, 6-12, 2009
3. Международная конференция "Дифференциальные уравнения и динамические системы", Суздаль, 27 июня – 2 июля, 2008.
4. Conference "Analytic and algebraic methods in physics". Prague. February, 20, 2007.
5. Conference "Analytic and algebraic methods in physics II". Prague. April, 3, 2007.
6. 3rd Walkshop "Operators, Spectra and Mathematical Physics", Göttingen. June, 20, 2007.
7. Workshop "Perturbed periodic PDE, problems with singular boundaries, and their numerical aspects". Cardiff. September, 25-26, 2007.

Научные результаты, полученные за отчётный период

Ниже приводится описание соответствия заявки и полученные результаты. Подробное описание полученных результатов (отдельно для каждой статьи) дано в отчетах за 2007-2009 гг. и потому здесь повторно не приводится.

В первой части заявки планировалось изучить регулярные и сингулярные возмущения одномерных периодических операторов. Более точно, планировалось изучить поведение структура и асимптотическое поведение спектров таких операторов в предположении, что возмущение несимметрично. Данная часть заявки полностью выполнена, результаты опубликованы в статьях [7], [11], [10]. Более того, данные результаты были обобщены на двумерный случай, который является более трудным для изучения. Результаты оформлены в виде статьи [2].

Во второй части проекта планировалось изучить геометрические возмущения трёхмерных волноводов. Волноводы моделировались парой трёхмерных плоско-параллельных слоев с общей границей, на которой было прорезано конечное отверстие – “окно”. В качестве оператора выбирался Лапласиан с краевым условием Дирихле. При расширении окна у такого оператора появляются новые дискретные собственные значения ниже границы существенного спектра. Данная часть проекта полностью выполнена, описанный эффект был подробно исследован. Результаты опубликованы в работе [12].

В третьей части заявки планировалось исследовать нелокальные разбегающиеся возмущения в многомерных волноводах и многомерных пространствах. Целью ставилось построение полных асимптотических разложений собственных значений и собственных функций таких задач. Была разработана общая функциональная схема для исследования задач, которая позволила доказать теоремы сходимости и построить первые члены асимптотических разложений. Результаты были опубликованы в работах [14], [15]. Было начата разработка общей схемы построения полных асимптотических разложений собственных значений в общем случае, но до уровня статья эта работа доведена не была. Причина состоит в том, что данную тематику и, в частности, задачу о построении полных асимптотических разложений я отдал своей аспирантке, совместно с которой мы сейчас этими задачами занимаемся. Как только эта работа будет закончена, полученные результаты будут опубликованы.

В четвёртой части планировалось изучить асимптотическое поведение резольвент и спектров операторов с часто осциллирующими коэффициентами. Планировалось построить асимптотические разложения собственных значений и собственных функций, а также изучить эффект возникновения новых собственных значений из границы существенного спектра. Данная часть проекта полностью выполнена, результаты содержатся в статьях [13], [16]. Кроме того, были построены первые члены асимптотических разложений для резольвент матричных операторов с быстро осциллирующими коэффициентами достаточно общего вида [8].

Помимо задач, описанных в заявке, были проведены исследования по дру-

гим тематикам, а именно, получение нижних оценок для лакуны между нижними собственными значениями для эллиптических операторов общего вида [1], усреднение и описание асимптотического поведения зонного спектра квантовых волноводов с часто меняющимися граничными условиями [3], построение высокочастотных асимптотик для собственных значений и собственных функций Лапласиана с краевым условием Дирихле в тонких областях [4], [6], построение асимптотик по номеру и получение формул для регуляризованного следа для одномерного эллиптического уравнения с затухающим членом [5], исследование качественной структуры спектра и асимптотическое описание возникновения нового собственного значения из края существенного спектра \mathcal{PT} -симметричного волновода [9].

Работа в научных центрах

В период с января 2007 г. по май 2007 г. работал научным сотрудником Института ядерной физики Чешской АН в рамках стипендии International Incoming Fellowship в рамках программы “Marie Curie Actions” Шестой Европейской Рамочной Программы FP6 (номер гранта MIF1-CT-2005-006254).

С мая 2007 г. по начало сентября 2007 г. работал научным сотрудником в Техническом университете г. Кемниц, Германия в рамках гранта “Spectral properties of random Schrödinger operators and random operators on manifolds and graphs” по программе Emmy Noether Program фонда Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG).

Другое

- 10 октября 2008 г. защитил диссертацию на соискание учёной степени доктора физико-математических наук в диссертационном совете при Институте математики с ВЦ УНЦ РАН. Ученая степень доктора физико-математических наук присвоена ВАКом 10 апреля 2009 г.
- Присуждена Медаль РАН с премией для молодых ученых в области математики за 2007 г.
- Присуждена Премия Европейской Академии для молодых ученых России по разделу “Математика/механика”

Преподавательская деятельность

В 2007-2009 гг. были прочитаны курсы “Математического анализа” студентам второго курса, спецкурс “Спектральная теория неограниченных операторов” студентам четвёртого, пятого курсов и аспирантам и курс “Уравнения математической физики” студентам третьего курса. Курсы читались и читаются на физико-математическом факультете Башкирского государственного педагогического университета и на математическом факультете Башкирского

государственного университета. Был выбран на должность профессора кафедры математического анализа физико-математического факультета Башкирского государственного педагогического университета.