

**ОТЧЁТ**  
по стипендии Пьера Делиня  
за 2009 г.

*Стипендиат:* Борисов Денис Иванович, Башкирский государственный педагогический университет, г. Уфа.

**Статьи, опубликованные при поддержке стипендии**

- [1]. D. Borisov, I. Veselic'. Spectral gaps for self-adjoint second order operators // submitted.
- [2]. Д.И. Борисов. О спектре двумерного периодического оператора с малым локализованным возмущением // направлено в печать.
- [3]. D. Borisov, and G. Cardone. Homogenization of the planar waveguide with frequently alternating boundary conditions // Journal of Physics A: Mathematics and General. 2009. V. 42. No. 36, 365205 (21pp).
- [4]. D. Borisov, and P. Freitas. Asymptotics of Dirichlet eigenvalues and eigenfunctions of the Laplacian on thin domains in  $\mathbb{R}^d$  // Journal of Functional Analysis, to appear.
- [5]. D. Borisov, and P. Freitas. Eigenvalue asymptotics, inverse problems and a trace formula for the linear damped wave equation // Journal of Differential Equations. 2009. V. 247. No. 11. P. 3028-3039.
- [6]. D. Borisov and P. Freitas. Singular asymptotic expansions for Dirichlet eigenvalues and eigenfunctions on thin planar domains // Annales de l'institut Henri Poincare (C) Analyse non-lineaire. 2009. V. 26. No. 2. P. 547-560.

**Участие в научных конференциях**

1. XVI International Congress on Mathematical Physics, Prague, August, 3-9, 2009
2. Mini-Workshop: Modeling and Understanding Random Hamiltonians: Beyond Monotonicity, Linearity and Independence, Oberwolfach, December, 6-12, 2009

**Научные результаты, полученные за отчётный период**

В статье [1] рассматривался самосопряжённый скалярный оператор достаточно общего вида в многомерной области, не обязательно ограниченной. Данный оператор возмущался локализованным возмущением достаточно общего вида и предполагалось, что такое возмущение порождает два изолированных

собственных значения ниже границы спектра невозмущённого оператора, которые является двумя наименьшими спектральными точками. В терминах коэффициентов оператора и геометрии области была получена нижняя оценка для расстояния между данными собственными значениями. Отдельно исследовано асимптотическое поведение данной оценки, когда различные параметры, входящие в данную оценку, стремятся к нулю или бесконечности. Это позволило применить результаты работы к различным моделям, среди которых эллиптические операторы с малыми локализованными возмущениями, операторы с дельта-потенциалами, модели с высококонтрастными возмущениями, разбегающиеся возмущения.

В работе [2] рассматривался скалярный самосопряжённый периодический оператор на плоскости достаточно общего вида. Возмущение описывалось произвольным абстрактным оператором, не обязательно симметричным, и локализованным в определённом смысле. Свойство локализации заключалось в том, что возмущающий оператор переводил достаточно быстро растущие функции в достаточно быстро убывающие. Для частного случая возмущения потенциалом это означало, что потенциал должен достаточно быстро (степенным образом) убывать. Для общего случая, рассмотренного в [2], точно свойство локализации заключалось в том, что оператор действовал на паре весовых Соболевских пространств с определенными весами. Так как возмущающий оператор не предполагался симметричным, то возмущённый оператор оказывался несамосопряжённым. Была исследована структура спектра такого оператора и доказано, что непрерывный спектр устойчив относительно возмущения, а остаточный пуст. Часть точечного спектра, не лежащая в непрерывном, счётна и состоит из собственных значений конечной кратности, которые могут накапливаться только к бесконечности или к непрерывному спектру. Был доказан ряд теорем сходимости для собственных значений. Были получены необходимые и достаточные условия возникновения новых собственных значений из краёв лакун в существенном спектре и в случае возникновения построены их асимптотические разложения. Приведены примеры возмущающих операторов.

В [3] рассматривался плоский волновод с часто периодически чередующимися краевыми условиями. Рассматривался случай усреднённого краевого условия Дирихле. Была доказана равномерная резольвентная сходимость такого оператора к усреднённому, а также были построены первые члены асимптотик зонных функций возмущённого оператора, на основе которых было показано, что все возможные внутренние лакуны убегают в бесконечность. Отдельно было построено полное асимптотическое разложение нижнего края существенного спектра.

В [4] рассматривалась спектральная задача для Лапласиана в тонкой многомерной пластине с краевым условием Дирихле. Пластина была получена в результате сжатия по последней переменной. Предполагалось, что область имеет единственную внутреннюю точку максимума ширины области по на-

правлению сжатия. Было выделено двупараметрическое семейство собственных значений, для которых и для соответствующих собственных функций были построены полные асимптотические разложения по малому параметру, описывающему ширину области. Было отдельно показано, что среди этих собственных значений содержится любое наперед заданное число первых собственных значений рассматриваемого оператора.

В работе [5] рассматривалось одномерное эллиптическое уравнения на собственные значения, соответствующее волновому уравнению с затухающим членом. Были получены асимптотики собственных значений по номеру, получена формула для регуляризованного следа и решены некоторые вопросы, связанные с обратной спектральной задачей.

Результаты работы [6] описаны в отчёте за прошлый год.

### **Преподавательская деятельность**

В 2009/10 учебном году я читаю курс "Уравнения математической физики" студентам третьего курса. Курс читаются на физико-математическом факультете Башкирского государственного педагогического университета. Был выбран на должность профессора кафедры математического анализа физико-математического факультета Башкирского государственного педагогического университета.