

# ОТЧЕТ ПО ГРАНТУ ПЬЕРА ДЕЛИНЯ ЗА 2008 ГОД

АЛЕКСАНДР КУЗНЕЦОВ

- Результаты, полученные в 2008 году:
  - (1) Построение замкнутой  $(2n-4)$ -формы на многообразии прямых на  $(2n-2)$ -мерной гиперповерхности степени  $n$  в проективном пространстве (совместно с Д.Маркушевичем и Л.Манивелем).
  - (2) Описание производных категорий четырехмерных кубик, содержащих плоскость.
  - (3) Сравнение производных категорий трехмерных многообразий Фано индекса 1 и индекса 2.
- Публикации:
  - (1) *Derived categories of quadric fibrations and intersections of quadrics*, Advances in Mathematics, V. 218 (2008), N. 5, 1340-1369.
  - (2) *Exceptional collections for Grassmannians of isotropic lines*, Proceedings of the London Mathematical Society, V. 97 (2008), N. 1, 155-182.
  - (3) *Lefschetz decompositions and categorical resolutions of singularities*, Selecta Mathematica, V. 13 (2008), N. 4, 661-696.
  - (4) *Derived categories of cubic fourfolds*, принята к публикации в сборнике “Rationality problems” (editors F.Bogomolov and Yu.Tschinkel), Progress in Mathematics.
  - (5) *Производные категории трехмерных многообразий Фано*, принята к публикации в Трудах МИАН.
- Препринты:
  - (1) *Abel-Jacobi maps for hypersurfaces and non commutative Calabi-Yau’s*, preprint math.AG/0806.1154 (joint work with L. Manivel and D. Markushevich).
- Конференции:
  - (1) *Derived categories of Fano 3-folds*, “Workshop on Homological Mirror Symmetry and Related Topics”, University of Miami, January 21–26, 2008.
  - (2) *Derived categories of Fano 3-folds*, “Bundles, gerbes and derived categories in string theory”, University of Salamanca, May 14-16, 2008.

- (3) *Derived categories and rationality of cubic fourfolds*,  
5-th European Congress of Mathematics,  
Amsterdam, July 14-18, 2008.
- (4) *Derived categories of Fano 3-folds*,  
60 Miles — a meeting to celebrate Miles Reid’s sixtieth birthday,  
London, July 16-18, 2008.
- (5) *Exceptional collections on  $SGr(2, 2n)$  and  $OGr(2, 2n + 1)$* ,  
“Exceptional collections and degenerations of varieties”,  
Tokyo, September 1–5, 2008.
- Преподавание:
  - (1) Спецкурс “Гомологическая алгебра”  
НОЦ–НМУ, осенний семестр 2008.

### Итоги работы за 2006–2008 годы

- Разработана теория гомологической проективной двойственности (см. [1, 2]).
- Гомологическая проективная двойственность описана для послойно линейно вложенных расслоений на проективные пространства [2], двукратных вложений Веронезе [4], и грассманианов прямых [7].
- Введено понятие категорного разрешения особенностей и приведен способ построения таких разрешений исходя из обычного разрешения и лефшецева разложения исключительного дивизора [6].
- Разработана теория замены базы для полуортогональных разложений [9].
- Определена компонента Гриффитса производной категории и показана ее инвариантность относительно бирациональных преобразований (по модулю корректности определения) [11].
- Вычислена компонента Гриффитса производной категории четырехмерных кубик содержащих плоскость [12].
- Описаны производные категории трехмерных многообразий Фано индекса 1 и 2 [13].
- Построены исключительные наборы в производных категориях грассманианов изотропных прямых [5].

К сожалению, пока не получилось проверить корректность определения компоненты Гриффитса. Также не удалось получить конструкцию гомологически проективно двойственного многообразия как подходящего многообразия модулей на исходном многообразии и доказать гипотезу о связи производных категорий трехмерных многообразий Фано разных индексов.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ЗА 2006-2008 ГОДЫ

- [1] *Hyperplane sections and derived categories*,  
Izvestiya RAN: Ser. Mat. 70:3 (2006) p. 23–128 (in Russian);  
translation in Izvestiya: Mathematics 70:3 (2006) p. 447–547.
- [2] *Homological projective duality*,  
Publications Mathematiques de L'IHES, 105, n. 1 (2007), 157-220.
- [3] *Quiver varieties and Hilbert schemes*,  
Moscow Mathematical Journal, Volume 7 (2007), Number 4.
- [4] *Derived categories of quadric fibrations and intersections of quadrics*,  
Advances in Mathematics, V. 218 (2008), N. 5, 1340-1369.
- [5] *Exceptional collections for Grassmannians of isotropic lines*,  
Proceedings of the London Mathematical Society, V. 97 (2008), N. 1, 155-182.
- [6] *Lefschetz decompositions and categorical resolutions of singularities*,  
Selecta Mathematica, V. 13 (2008), N. 4, 661-696.
- [7] *Homological projective duality for Grassmannians of lines*,  
preprint math.AG/0610957.
- [8] *Symplectic structures on moduli spaces of sheaves via the Atiyah class*,  
preprint math.AG/0703264 (joint work with D. Markushevich).
- [9] *Base change for semiorthogonal decompositions*,  
preprint math.AG/0711.1734.
- [10] *Abel-Jacobi maps for hypersurfaces and non commutative Calabi-Yau's*,  
preprint math.AG/0806.1154 (joint work with L. Manivel and D. Markushevich).
- [11] *Derived categories and rationality of cubic fourfolds*,  
talk at 5-th European Congress of Mathematics,  
to appear in Proceedings.
- [12] *Derived categories of cubic fourfolds*,  
preprint math.AG/0808.3351;  
to appear in "Rationality problems" (editors F.Bogomolov and Yu.Tschinkel),  
Progress in Mathematics.
- [13] *Derived categories of Fano threefolds*,  
preprint math.AG/0809.0225;  
to appear in Proceedings of Steklov Math Institute.