

Задачи из жизни А.Заславский

*Пытливый ум в любом явлении
Находит пищу для ума.
И вшину краткое цветенье,
И бесконечная зима
Его тревожат. Изобилень,
Сомненья смело истребя,
Выходит разум из извилин,
Не в силах утолить себя.
Л.Костюков*

1. В городе Шиловске шило стоит на 1% дешевле, чем в Мыловске, а мыло на 1% дороже. Проезд из одного города в другой стоит 1000 рублей. У живущего в Шиловске юного бизнесмена есть 100000 рублей, и он мечтает разбогатеть, меняя шило на мыло. Сбудутся ли его мечты?
2. Финансовый аналитик ежемесячно предсказывает изменение курса доллара. Через год выяснилось, что в каждом месяце он верно предсказывал на сколько процентов изменится курс, но ошибался с направлением изменения. При этом в конце года курс совпал с предсказанным. Вырос он или уменьшился?
3. Последовательность a_n определена следующими соотношениями: $a_0 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 1$, если наибольший нечетный делитель числа n имеет вид $4k + 1$, $a_{n+1} = a_n - 1$, если наибольший нечетный делитель числа n имеет вид $4k + 3$. Докажите, что в этой последовательности любое натуральное число встречается бесконечно много раз.
4. Три трехзначных числа, полученные циклическими перестановками трех различных цифр, образуют геометрическую прогрессию. Чему может равняться ее знаменатель?
5. Из четырех реек сделали шарнирный четырехугольник. Затем две точки на его противоположных сторонах соединили еще одной рейкой, но конструкция осталась нежесткой. Верно ли, что четырехугольник — параллелограмм?
6. Даны числа $a_0 > 0$, $b_0 < 0$. Пусть a_{n+1} , b_{n+1} — положительный и отрицательный корни уравнения $x^2 + a_n x + b_n = 0$. Сходятся ли последовательности a_n , b_n ?