

АЛГЕБРА, ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Программа курса

1. Модули и векторные пространства

- 1.0. Категории модулей над кольцами
- 1.1. Образующие; ранг модуля
- 1.2. Свободные модули
- 1.3. Векторные пространства; размерность и базисы
- 1.4. Координатное пространство
- 1.5. Классификация конечномерных векторных пространств
- 1.6. Матрица линейного отображения
- 1.7. Размерность образа и ранг матрицы
- 1.8. Сопряжённое пространство
- 1.9. Модули над кольцами главных идеалов
- 1.10. Конечнопорождённые абелевы группы

2. Алгебры

- 2.0. Определения
- 2.1. Коммутативные и ассоциативные алгебры
- 2.2. Алгебры Ли
- 2.3. Алгебры $\text{End}_k(V)$ и $\text{Mat}_n(\mathbb{k})$
- 2.4. След эндоморфизма
- 2.5. Тензорная алгебра векторного пространства
- 2.6. Симметрическая алгебра векторного пространства
- 2.7. Внешняя алгебра векторного пространства
- 2.8. Действие эндоморфизмов на внешней алгебре
- 2.9. Определитель
- 2.10. Обратимость матриц

3. Системы линейных уравнений

- 3.0. Сведение системы к матричному уравнению
- 3.1. Размерность пространства решений и ранг матрицы
- 3.2. Правило Крамера
- 3.3. Теорема Кронекера-Капелли
- 3.4. Метод Гаусса

4. Поля

- 4.0. Расширения полей
- 4.1. Конечные и алгебраические расширения
- 4.2. Минимальные поля, характеристика поля
- 4.3. Сепарабельные расширения.
- 4.4. Конечные поля
- 4.5. Поля алгебраических чисел
- 4.6. Алгебраическое замыкание поля
- 4.7. Автоморфизмы поля; нормальные расширения
- 4.8. Расширения Галуа
- 4.9. Основная теорема теории Галуа
- 4.10. Пример: $S_n \simeq \text{Aut}_{\mathbb{k}}\mathbb{k}(x_1, \dots, x_n)$
- 4.11. Симметрические функции

5. Разрешимость уравнений в радикалах

- 5.0. Разрешимые уравнения и циклические расширения полей
- 5.1. Разрешимость групп S_3 и S_4
- 5.2. Решение уравнений 3-й и 4-й степени в радикалах
- 5.3. Простота группы A_5
- 5.4. О решении уравнений высших степеней

Г.Б. Шабат