

1. Для каждого  $\alpha > 0$  найти замыкание в  $\mathbb{C}^2$  множества  $(z, z^\alpha)$ , где  $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ .
- 2. Вычислить род римановой поверхности, заданной в  $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}\mathbb{P}^1$  следующим уравнением:  $w = \sqrt{z} + \sqrt{z(1-z)}$ ;  $w = (1 + \sqrt{z})(1 + \sqrt[4]{z})$ ;  $w = \sqrt{1 - \sqrt{z}}$ ;  $w^m + z^n = 1$  при всех  $n, m \in \mathbb{N}$ .
- 3. Ввести голоморфный атлас для римановой поверхности, заданной в  $\mathbb{C}\mathbb{P}^1 \times \mathbb{C}\mathbb{P}^1$  следующим уравнением:  $w^2 = z^3$ ;  $w^3 = z^2 + 1$ ;  $w = \sqrt{1 - \sqrt[3]{z^2}}$ .
4. Доказать, что риманова поверхность ПАФ  $\sqrt[n]{z}$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , дополненная точками 0 и  $\infty$ , гомеоморфна двумерной сфере.
5. Доказать, что риманова поверхность ПАФ  $\ln z$ , дополненная точками 0 и  $\infty$ , гомеоморфна цилиндру.
- 6. Доказать, что любая ограниченная (многозначная) аналитическая функция в области  $\mathbb{C} \setminus \{0\}$  — константа.
- 7. Доказать, что любая голоморфная функция на компактной римановой поверхности постоянна.
8. Пусть  $P(z)$  — полином с простыми нулями. Рассмотрим риманову поверхность  $\mathfrak{R}$ , заданную в  $\mathbb{C}_{z,w}^2$  уравнением  $w^2 = P(z)$ . Показать, что  $f$  — голоморфная функция на  $\mathfrak{R}$  тогда и только тогда, когда  $f = h_0(z) + h_1(z)w$ , где  $h_0, h_1$  — функции, голоморфные в  $\mathbb{C}$ .