

## Представления конечных групп II

Все представления в этом листке, про которых не сказано иного, — над полем  $\mathbb{C}$ .

Напомним, что *характеры* неприводимых представлений образуют ортонормальный базис на *центральных* (постоянных на классах сопряженности) функциях на группе. В частности, число неприводимых представлений равно числу классов сопряженности, а сумма квадратов их размерностей равно числу элементов группы.

- 6.1. Опишите все неприводимые представления группы  $D_n$  (группы самосовмещения правильного  $n$ -угольника).
- 6.2. Найдите число классов сопряженности в группе **а)**  $S_4$ ; **б)**  $A_4$ ; **в)**  $A_5$ .
- 6.3. **а)** Постройте явно все неприводимые представления группы  $S_4$  (может помочь действие  $S_4$  самосовмещениями куба). Выпишите характеры всех этих представлений.  
**б)** Для каждого из этих представлений  $V \otimes V$  содержит тривиальное подпредставление — объясните, почему после предыдущего пункта это очевидно.  
**в)** Составьте таблицу умножения этих представлений (т. е. разложите в сумму неприводимых все попарные тензорные произведения).
- 6.4. Какие из неприводимых представлений группы  $S_4$  остаются неприводимыми при ограничении на  $A_4$ ? Что происходит с остальными? Найдите характеры всех неприводимых представлений группы  $A_4$ .
- 6.5. Постройте явно все неприводимые представления группы  $A_5$  (может помочь действие  $A_5$  самосовмещениями додекаэдра / икосаэдра) и найдите их характеры.