

Топология-1, семинар 4, 02.03.2015.

Задача 1. Рассмотрим клеточное разбиение окружности S^1 с двумя клетками. Убедитесь, что диагональное отображение $\Delta: S^1 \times S^1 \rightarrow S^1$, $t \rightarrow (t, t)$, не является клеточным. Постройте явно его клеточную аппроксимацию.

Задача 2. Докажите, что топология, описываемая аксиомой (W) из определения клеточного пространства, является самой грубой из топологий, по отношению к которым все характеристические отображения непрерывны.

Задача 3. Докажите, что отображение клеточного пространства в другое топологическое пространство непрерывно тогда и только тогда, когда оно непрерывно на любом остове.

Задача 4. Докажите, что $\mathbb{R}P^1$ гомеоморфно S^1 и $\mathbb{C}P^1$ гомеоморфно S^2 .

Задача 5. Докажите, что объединение конечного числа как угодно пересекающихся симплексов в \mathbb{R}^k обладает конечной триангуляцией.

Задача 6. Определите кватернионное проективное пространство $\mathbb{H}P^n$ и докажите, что $\mathbb{H}P^1$ гомеоморфно S^4 .

Задача 7. Докажите, что факторпространство S^2/S^0 гомотопически эквивалентно букету $S^1 \vee S^2$.

Задача 8. Докажите, что бесконечномерная сфера S^∞ стягиваема.

Задача 9. Докажите, что любое компактное подмножество клеточного пространства принадлежит некоторому конечному подпространству.

Задача 10. Докажите, что клеточное пространство метризуемо тогда и только тогда, когда оно локально конечно.