

## Топология-1, семинар 10, 13.04.2015.

**Задача 1.** Постройте универсальное накрытие над букетом  $S^1 \vee S^2$ .

**Задача 2.** Постройте универсальное накрытие над букетом  $S^1 \vee S^1$ .

**Задача 3.** Постройте пример не полулокально односвязного пространства.

**Задача 4.** Докажите, что условие полулокальной односвязности пространства  $X$  необходимо для существования односвязного накрывающего пространства  $\tilde{X}$ .

**Задача 5.** Пространство  $X$  *локально односвязно*, если у любой точки существует односвязная окрестность. Постройте пример полулокально односвязного, но не локально односвязного пространства.

**Задача 6.** Докажите следующую версию теоремы о классификации накрытий, в которой не учитываются отмеченные точки: имеется взаимно однозначное соответствие между классами изоморфных накрытий  $p: Y \rightarrow X$  и классами сопряжённости подгрупп в  $\pi_1(X, x_0)$ .

**Задача 7.** Докажите, что максимальное дерево максимально в том смысле, что оно не содержится ни в каком большем дереве.

**Задача 8.** Пусть  $G \subset F_2$  — подгруппа свободной группы ранга 2 (с образующими  $a$  и  $b$ ), состоящая из слов чётной длины. Найдите ранг группы  $G$ . Опишите накрытие над букетом  $S^1 \vee S^1$ , реализующие подгруппу  $G$  в  $\pi_1(S^1 \vee S^1) = F_2$ .

**Задача 9.** Пусть  $G = [F_2, F_2] \subset F_2$  — коммутант свободной группы ранга 2. Докажите, что  $G$  — свободная группа бесконечного ранга. Опишите накрытие над букетом  $S^1 \vee S^1$ , реализующие подгруппу  $G$  в  $\pi_1(S^1 \vee S^1) = F_2$ .