

Листок 2

- 2.1.** Докажите, что для группы $GL(n, \mathbb{C})$ экспоненциальное отображение сюръективно, но не открыто и не инъективно.
- 2.2.** Докажите, что для группы $SL(2, \mathbb{R})$ экспоненциальное отображение не сюръективно.
- 2.3. а)** Постройте изоморфизм векторных пространств $\varphi: \mathfrak{so}(3, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$, переводящий коммутатор матриц $[A, B] = AB - BA$ в векторное произведение:

$$\varphi([A, B]) = \varphi(A) \times \varphi(B);$$

(тем самым будет доказано, что векторное произведение задает на \mathbb{R}^3 структуру алгебры Ли, изоморфной $\mathfrak{so}(3, \mathbb{R})$).

- б)** Пусть $\varphi: \mathfrak{so}(3, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3$ — изоморфизм из предыдущего пункта. Проверьте, что при этом изоморфизме стандартное действие $\mathfrak{so}(3, \mathbb{R})$ на \mathbb{R}^3 совпадает с действием \mathbb{R}^3 на себе, задаваемым векторным произведением:

$$A \cdot \vec{v} = \varphi(A) \times \vec{v}.$$