

Задачи

Задача 4.1. Для группы Ли $GL_n(\mathbb{C})$ экспоненциальное отображение сюръективно, но не открыто и не инъективно.

Задача 4.2. а) Для группы Ли $SL_2(\mathbb{R})$ экспоненциальное отображение не сюръективно. б) Опишите его образ.

Задача 4.3. Если касательная алгебра связной группы Ли G коммутативна, то и группа G коммутативна.

Задача 4.4. Всякая некомпактная связная одномерная комплексная группа Ли изоморфна \mathbb{C} или \mathbb{C}^* .

Задача 4.5. Всякая компактная связная одномерная комплексная группа Ли изоморфна группе Ли вида $A(u) = \mathbb{C}/(\mathbb{Z} + \mathbb{Z}u)$, где $u \in \mathbb{C}$, $\text{Im}u > 0$. Группы Ли $A(u)$ и $A(v)$ изоморфны как комплексные группы Ли тогда и только тогда, когда $v = \frac{au+b}{cu+d}$, где $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in SL_2(\mathbb{Z})$.

Задача 4.6. * Всякая связная компактная комплексная группа Ли G коммутативна.

Задача 4.7. Если центр Z связной группы Ли G дискретен, то центр факторгруппы G/Z тривиален.