

Листок 3. 27 ФЕВРАЛЯ 2013

*Задача 1.* Докажите, что дополнение в  $\mathbb{R}^n$  до счетного подмножества линейно связно.

*Задача 2.* Докажите, что дополнение в  $\mathbb{R}^n$  до конечного объединения аффинных подпространств коразмерности не меньше двух линейно связно.

*Задача 3.* Докажите, что пространство стягиваемо если и только если оно гомотопически эквивалентно точке.

*Задача 4.* Докажите, что дополнение в  $\mathbb{C}^2$  до координатного креста (множеству точек, хотя бы одна комплексная координата которых равна нулю) гомотопически эквивалентно двумерному тору.

*Задача 5.* Докажите, что дополнение до  $k$ -точек на плоскости гомотопически эквивалентно букету из  $k$  окружностей.

*Задача 6.* Какие буквы русского алфавита гомеоморфны? гомотопически эквивалентны?

*Задача 7.* Докажите, что пространство  $GL(n, \mathbb{R})$  состоит из двух компонент связности.

*Задача 8.* Докажите, что пространство  $GL(n, \mathbb{C})$  связно.

*Задача 9.* Докажите, что пространство  $SO(n)$  связно.

*Задача 10.* Докажите, что пространство  $SL(2, \mathbb{R})$  гомеоморфно полноторию (произведению двумерного диска на окружность).

*Задача 11.* Докажите, что  $SO(3, \mathbb{R})$  гомеоморфно  $\mathbb{R}P^3$ .

*Задача 12.* Гомеоморфны ли  $\mathbb{Q}^2$  и  $\mathbb{Q}^2 \setminus \{0\}$ ?

*Задача 13.* Верно ли, что любое компактное подмножество  $\mathbb{R}^n$  является образом канторова множества при некотором непрерывном отображении?