Экзамен

Задача 1. Сколько существует гомоморфизмов групп из $\mathbb{Z}/1812\mathbb{Z}$ в $\mathbb{Z}/2012\mathbb{Z}$?

Задача 2. Вычислите $E + A + A^2 + \cdots + A^{2011}$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1/3 & 1 \end{pmatrix}$.

Задача 3. Сколько существует (упорядоченных) пар трёхмерных векторных подпространств в пятимерном векторном пространстве над $\mathbb{F}_p$, пересекающихся в точности по одномерному пространству?

Задача 4. Пусть $A\colon V \to V$ — линейный оператор, действующий на n-мерном комплексном векторном пространстве. Чему может равняться определитель оператора $A^{\wedge 2}\colon \bigwedge^2 V \to \bigwedge^2 V$, если $\det A = \lambda$?

Задача 5. При каких натуральных m и n идеал $(x^m - 1, x^n - 1)$ в $\mathbb{Z}[x]$ является главным?

Задача 6. Найдите все такие n, для которых существует вещественная матрица A порядка n, удовлетворяющая уравнению $A^2 + 2A + 3E = 0$.

На работу отводится четыре часа (240 минут). Разрешается использовать любые *свои* (а не взятые у соседа) *бумажные* материалы. Не забудьте подписать работу! Желаем успеха!