КАК МОЖНО СДАВАТЬ ЭТОТ КУРС

Чтобы получить оценку за этот курс, нужно сдать зачет и экзамен. Сдавать их можно в любом порядке и независимо друг от друга. Оценка за курс равна оценке за экзамен.

1. Экзамен. Экзамен это очная письменная контрольная работа, которая начнется 16 декабря в 11.00 и продлится 4 часа. Точное количество задач, количество баллов за каждую из них и критерии оценки пока неизвестны.

Где-то в феврале экзамен будет организован еще раз. Можно сдавать экзамен в декабре, можно в феврале, можно два раза (считается лучшая из оценок).

Важное замечание: придумывать трудные задачи (для экзамена) легко, а легкие — трудно. Поэтому скорее всего первый экзамен (в декабре) будет легче, чем второй (в феврале): на второй обычно не хватает простых задач.

2. Зачет. Зачет сдается устно. Он будет проходить в декабре в часы семинаров (и, возможно, еще и в другое время — посмотрим); кто не успел получить зачет в какой-то день, продолжает сдавать в следующий раз, потом еще и т.д., пока не сдаст.

Для получения зачета нужно ответить на 1 теоретический вопрос и отчитаться по каждому из 4 разделов курса. Список теоретических вопросов см. ниже. Вот 4 основных раздела курса; в скобках — номера соответствующих листков:

1) Гомеоморфизм, гомотопическая эквивалентность, связность, линейная связность (листки 1, 2, 3, 6).
2) Компактность (листок 4).
3) Фундаментальная группа окружности (листки 5, 7).
4) Накрытия и остальное (листки с 8 и до конца).

Отчитаться по каждому разделу курса можно двумя способами: либо решить и сдать (на семинарах или по e-mail'у) достаточное количество задач из соответствующих листков, либо решить прямо в процессе зачета некоторое количество задач на соответствующие темы (задачи могут быть из листков или похожие). Сколько именно задач нужно решить, и каких именно — решает принимающий зачет, исходя из своих внутренних убеждений.

3. Список теоретических вопросов. Список неполный и не окончательный, может изменяться и дополняться. В список включены только основные результаты курса (теоремы); их нужно будет сформулировать и доказать. Предполагается, что сдающий сам даст необходимые определения и докажет вспомогательные утверждения (леммы).

При доказательстве теорем необязательно следовать лекциям. Эрудиция (знание понятий и результатов, в курсе не изученных) всячески приветствуется. Вопросы, отмеченные звездочкой, в лекциях не затрагивались. Их могут предложить рассказать на зачете, но только с согласия сдающего.

1) Топология прямого произведение является топологией.
2) Подмножество $\mathbb{R}^n$ замкнуто тогда и только тогда, когда оно содержит все свои предельные точки.
3) Категории **Top** и **Hom** являются категориями.
4) Отрезок связен. Линейно связное пространство связно. Обратное неверно.
5) Образ связного/линейно связного пространства при непрерывном отображении связен/линейно связен.
6) Теорема о промежуточном значении. Теорема Брауэра в размерности 1.
7) Отрезок компактен.
8) Прямое произведение компактов компактно. *Теорема Тихонова (прямое произведение бесконечного набора компактов компактно).
9) Замкнутое подмножество компакта — компакт.
10) Компактное подмножество хаусдорфова пространства замкнуто.
11) Описание компактов в $\mathbb{R}^n$. *Пример метрического (или линейного нормированного) пространства, в котором ограниченное замкнутое множество может быть некомпактно.
12) Непрерывный образ компакта — компакт. Непрерывная функция на компакте ограничена и достигает своего наибольшего и наименьшего значения.
13) Непрерывная биекция компакта в хаусдорфово пространство — гомеоморфизм.
14) Теорема о накрывающей гомотопии.

15) Два отображения из окружности в окружность гомотопны тогда и только тогда, когда их индексы совпадают.
16) Основная теорема алгебры.
17) Теорема Брауэра в размерности 2.
18) *Теорема о причесывании ежа на двумерной сфере.
19) Фундаментальный группоид является группоидом. Фундаментальная группа является группой; фундаментальная группа линейно связного пространства не зависит от точки.
20) Фундаментальный группоид является функтором из топологической категории в категорию группоидов.
21) Фундаментальные группы линейно связных гомотопически эквивалентных пространств изоморфны.
22) Если $p : E \to B$ — накрытие, то $p_* : \pi_1(E) \to \pi_1(B)$ — мономорфизм. Взаимно однозначное соответствие между стандартным слоем и множеством смежных классов $\pi_1(B)/p_*(\pi_1(E))$.
23) Существование универсального накрытия над “хорошей” базой.
24) Морфизм в категории накрытий является накрытием.
25) Категория накрытий над “хорошей” базой эквивалентна категории подгрупп фундаментальной группы базы.
26) Теорема о клеточной аппроксимации.
27) Теорема о явном виде фундаментальной группы клеточного пространства с единственной нульмерной клеткой.