

## Клеточные пространства

▷ Напомним, что подмножество  $CW$ -комплекса замкнуто тогда и только тогда, когда замкнуто его пересечение с каждой из замкнутых клеток.

**Задача 4.1 (2.10).** а)  $CW$ -комплекс компактен тогда и только тогда, когда конечен.

б) Отображение из  $CW$ -комплекса непрерывно тогда и только тогда, когда непрерывно его ограничение на каждый остов.

**Задача 4.2 (2.11).** Введите структуру  $CW$ -комплекса на а)  $S^n$  б)  $\mathbb{T}^2$  в)  $\mathbb{R}P^n$ .

**Задача 4.3 (2.12).** а)  $\mathbb{C}P^n \cup_h D^{2n+2} \cong \mathbb{C}P^{n+1}$ , где  $h: \partial D^{2n+2} \cong S^{2n+1} \rightarrow S^{2n+1}/S^1 \cong \mathbb{C}P^n$  (см. задачу 2.5).

б) Введите  $CW$ -структуру на  $\mathbb{C}P^n$ .

в\*) Введите  $CW$ -структуру на  $Gr_{k,n}(\mathbb{C})$  (множестве  $k$ -мерных подпространств  $\mathbb{C}^n$ ).

УКАЗАНИЕ. Зафиксируем в  $\mathbb{C}^n$  полный флаг  $\mathbb{C}^0 \subset \mathbb{C}^1 \subset \dots \subset \mathbb{C}^{n-1} \subset \mathbb{C}^n$ . Тогда множество всех  $k$ -мерных плоскостей с предписанными размерностями пересечений с каждым из пространств флага образует клетку.

**Задача 4.4.**  $S^3 \setminus S^1 \cong S^1 \times D^2$ .

**Задача 4.5.** Склеивая два полнотория  $S^1 \times D^2$  по границе можно получить а)  $S^1 \times S^2$ ; б)  $S^3$ .