

## Аффинные преобразования

**7◊1.** Докажите, что биективное отображение аффинного евклидова пространства в себя, сохраняющее расстояния между точками, является аффинной изометрией.

**7◊2.** Докажите, что если аффинное преобразование плоскости имеет единственную неподвижную точку, то всякая инвариантная прямая проходит через эту точку. Сколько в этом случае может быть инвариантных прямых?

**7◊3.** Существует ли аффинное преобразование трёхмерного пространства, не имеющее инвариантных прямых и неподвижных точек, но имеющее инвариантную плоскость?

**7◊4.** Пусть  $\ell_1, \ell_2, \ell_3$  — три попарно скрещивающихся прямых, не параллельные одной плоскости, и  $\ell'_1, \ell'_2, \ell'_3$  — другие три попарно скрещивающихся прямых, также не параллельные одной плоскости. Докажите, что существует аффинное преобразование трёхмерного пространства, переводящее первую тройку прямых во вторую.

**7◊5.** Пусть  $\ell_1, \ell_2, \ell_3$  — три попарно скрещивающихся прямых, параллельные одной плоскости, и  $\ell'_1, \ell'_2, \ell'_3$  — другие три попарно скрещивающихся прямых, также параллельные некоторой плоскости. Существует ли аффинное преобразование трёхмерного пространства, переводящее первую тройку прямых во вторую?

**7◊6.** Найдите отличную от тождественной аффинную изометрию трёхмерного пространства, оставляющую неподвижными точки  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$  и  $(0, 0, 1)$ .

**7◊7.** Выясните геометрический смысл и найдите канонический вид следующих аффинных изометрий пространства: **а)**  $(x, y, z) \mapsto (-z + 1, x, y)$ ; **б)**  $(x, y, z) \mapsto (z + 1, x, y)$ .