# Обыкновенные дифференциальные уравнения, листок 1

*Задача* 1. Докажите (локальную) единственность решения для дифференциальных уравнений на прямой $\dot{x} = 0$, $\dot{x} = 1$ и $\dot{x} = kx$.

*Задача* 2. а) Запишите векторное поле $\frac{\partial}{\partial x}$ в полярных координатах. Запишите векторное поле $\frac{\partial}{\partial \varphi}$ в декартовых координатах.

б)Рассмотрим отображение $F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $F(x, y) = (-y + x^2, 2x)$. Докажите, что $F$ – диффеоморфизм и найдите $F_* v$ для $v = y\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial y}$.

*Задача* 3. Пусть матрица $\varphi(t)$ гладко зависит от $t$, ортогональна при любом $t$ и $\varphi(0) = E$. Докажите, что ее вектор скорости в нуле – кососимметрическая матрица.

*Задача* 4. Найдите $L_v f$ для $f = \sum x_i \frac{\partial}{\partial x_i}$, $f$ - однородный многочлен степени $n$.

*Задача* 5. Найдите формулу для коммутатора векторных полей $\sum a_i(x)\frac{\partial}{\partial x}$ и $\sum b_i(x)\frac{\partial}{\partial x}$.

*Задача* 6. Проверьте тождество Якоби $[[x, y], z] + [[y, z], x] + [[z, x], y] = 0$

*Задача* 7. Существует ли в пространстве векторных полей на прямой трехмерное подпространство?