

## Клеточные пространства, расслоения

**Задача 2.1.** CW-пространство линейно связно тогда и только тогда, когда линейно связан его 1-скелет.

**Задача 2.2.** При  $k < n$  любое отображение из  $S^k$  в  $S^n$  гомотопно постоянному.

**Задача 2.3.** Сфера  $S^\infty$  (дайте сами определение) стягиваема.

**Задача 2.4.** а) Разобьем сферу  $S^2$  на две полусферы. Докажите, что их прообразы при расслоении Хопфа  $S^3 \rightarrow S^2$  — это два полнотория  $S^1 \times D^2$ , и объясните, как склеить сферу  $S^3$  из двух полноторий.

б) Как склеить сферу  $S^{p+q+1}$  из  $S^p \times D^{q+1}$  и  $D^{p+1} \times S^q$ ?

**Задача 2.5.**  $\mathbb{C}P^2$  получается из  $\mathbb{C}P^1$  приклейкой  $D^4$  при помощи расслоения Хопфа  $\partial D^4 \rightarrow \mathbb{C}P^1$ .

**Задача 2.6.** Постройте расслоение, найдите его слой

а)  $SO(n) \rightarrow S^{n-1}$ ; б)  $U(n) \rightarrow S^{2n-1}$ ; в)  $\mathbb{R}P^{2n+1} \rightarrow \mathbb{C}P^n$ ; г)  $\mathbb{C}P^{2n+1} \rightarrow \mathbb{H}P^n$ .

**Задача 2.7.** Расслоение  $S^n \rightarrow B$  не гомотопно отображению в точку (если  $B$  не точка). (В этой задаче можно пользоваться предыдущим листком.)