

Топология-2, семинар 4, 08.10.2015.

Задача 1. Определите и докажите точность *гомологической последовательности тройки* для (X, A, B) , где $B \subset A \subset X$:

$$\dots \longrightarrow H_n(A, B) \xrightarrow{i_*} H_n(X, B) \xrightarrow{j_*} H_n(X, A) \xrightarrow{\delta} H_{n-1}(A, B) \xrightarrow{i_*} H_{n-1}(X, B) \longrightarrow \dots$$

Задача 2. Докажите, что включение $A \hookrightarrow X$ индуцирует изоморфизмы всех групп гомологий тогда и только тогда, когда $H_n(X, A) = 0$ для всех n .

Задача 3. Докажите при помощи групп гомологий *общую теорему Брауэра*: непрерывное отображение шара D^n в себя имеет хотя бы одну неподвижную точку.

Задача 4. Вычислите группы гомологий для дополнения двух зацепленных и двух незацепленных окружностей в \mathbb{R}^3 ; сравните с вычислением фундаментальных групп.

Задача 5. Вычислите гомологии дополнения трех координатных осей в \mathbb{R}^3 и \mathbb{C}^3 .

Задача 6. Докажите, что если диаметры симплекса $[v_0, \dots, v_r]$ равен r , то диаметры симплексов его барицентрического подразделения не превосходят $\frac{k}{k+1}r$.

Задача 7. Вычислите гомологии сферы S^n и докажите изоморфизм $\tilde{H}_i(\Sigma X) \cong \tilde{H}_{i-1}(X)$ при помощи точной последовательности Майера-Виеториса.