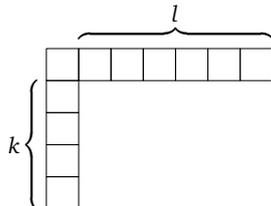


## Листок 8

▷ Во всех задачах все представления — над алгебраически замкнутым полем характеристики 0.

**Задача 8.1.** Найдите размерность неприводимого представления симметрической группы, соответствующего а) крюку с рукой  $l$  и ногой  $k$  (см. рис.); б) прямоугольнику  $2 \times n$ .



**Задача 8.2.** а) Сумма всех циклов данной длины лежит в центре алгебры  $\mathbb{C}[\mathfrak{S}_n]$ .

б) Сумма всех циклов длины 3 лежит в подалгебре, порожденной  $Z(\mathbb{C}[\mathfrak{S}_{n-1}])$  и элементом  $X_n := \sum_{i < n} (i n)$ .

**Задача 8.3.** (Вырожденная аффинная) алгебра Гекке  $H(2)$  — это алгебра с образующими  $X, X', s$  и соотношениями  $XX' = X'X, s^2 = 1, sX - X's = 1$ .

- а) Если  $v$  — общий собственный вектор для операторов  $X$  и  $X'$  (в некотором представлении), то пространство  $\langle v, sv \rangle$  является подпредставлением алгебры  $H(2)$ .
- б) Опишите явно все неприводимые конечномерные представления  $H(2)$ .

**Задача 8.4.** Вектора содержаний любых двух стандартных таблиц одной формы отличаются на допустимую перестановку (соседние элементы разрешается переставлять, если их содержания отличаются более чем на 1).

**Задача 8.5.** Тензорное умножение на знаковое представление соответствует сопряжению диаграммы Юнга.