Геометрия: листок 8. Пространство Лобачевского (27 октября 2014)

Задача 1. Докажите, что любое движение n-мерного пространства Лобачевского можно представить в виде композиции не более $n+1$ симметрий относительно гиперплоскостей (т.е. подпространств размерности $n-1$).

Задача 2. Докажите, что движение пространства Лобачевского однозначно определяется своим ограничением на абсолют.

Задача 3. Докажите, что группа собственных движений трёхмерного пространства Лобачевского изоморфна $PSL(2,\mathbb{C})$.

В задачах 4–7 тетраэдр $ABCD$ — это тетраэдр с вершинами на абсолюте в трёхмерном пространстве Лобачевского.

Задача 4. Докажите, что сумма двугранных углов при любой вершине тетраэдра $ABCD$ равна $180°$.

Задача 5. Докажите, что противоположные двугранные углы тетраэдра $ABCD$ равны.

Задача 6. Докажите, что существует движение, меняющее местами как вершины A и B, так и вершины C и D тетраэдра $ABCD$.

Задача 7. Докажите, что объём тетраэдра $ABCD$ конечен.

Геометрия: листок 8. Пространство Лобачевского (27 октября 2014)

Задача 1. Докажите, что любое движение n-мерного пространства Лобачевского можно представить в виде композиции не более $n+1$ симметрий относительно гиперплоскостей (т.е. подпространств размерности $n-1$).

Задача 2. Докажите, что движение пространства Лобачевского однозначно определяется своим ограничением на абсолют.

Задача 3. Докажите, что группа собственных движений трёхмерного пространства Лобачевского изоморфна $PSL(2,\mathbb{C})$.

В задачах 4–7 тетраэдр $ABCD$ — это тетраэдр с вершинами на абсолюте в трёхмерном пространстве Лобачевского.

Задача 4. Докажите, что сумма двугранных углов при любой вершине тетраэдра $ABCD$ равна $180°$.

Задача 5. Докажите, что противоположные двугранные углы тетраэдра $ABCD$ равны.

Задача 6. Докажите, что существует движение, меняющее местами как вершины A и B, так и вершины C и D тетраэдра $ABCD$.

Задача 7. Докажите, что объём тетраэдра $ABCD$ конечен.