

Алгебра 1 Листок 7 29 октября

Напомним, что для многочленов $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ и $g(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m$ их результат $\text{Res}_x(f, g)$ это следующий определитель размера $n + m$

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_n & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & \dots & \dots & a_n & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & a_0 & \dots & \dots & \dots & a_n \\ b_0 & b_1 & \dots & \dots & b_m & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & b_0 & b_1 & \dots & \dots & b_m \end{vmatrix},$$

где в первом блоке m строк а во втором – n строк. Дискриминант $\Delta(f)$ многочлена f – это почти что результат многочлена f и его производной f' : $a_0\Delta(f) = \text{Res}_x(f, f')$

0) Найдите дискриминант квадратичного многочлена (и сравните со школьными знаниями).

1) Найдите дискриминант "приведенного" кубического многочлена $x^3 + px + q$. Когда такой многочлен имеет кратный корень? проверьте "по науке" и попросту (это не совсем пустая трата времени, в вычислении детерминанта можно и провраться).

2) Найдите результат произвольного многочлена $f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$ и линейного $sx + d$. Проанализируйте ответ в соответствии с теорией.

3) Найдите результат двух квадратичных многочленов.