

### Алгебра 1 Листок 3 24 сентября

Все кольца, в том числе кольцо целых чисел  $\mathbb{Z}$ , предполагаются ассоциативными и коммутативными

- 1) а) Докажите что ноль в кольце единственен.
- б) Докажите , что если для какого-то  $x$   $n + x = x$ , то  $n = 0$
- в) Докажите что для любого  $x$   $0 \times x = 0$ .
- а) Докажите, что  $f$  - вложение титтк (тогда и только тогда когда) идеал

$K$  нулевой.

2 ) Найдите все корни из  $-1$  в

- а) кольцо цифр  $\mathbb{Z}/(10)$
- б) кольцо вычетов  $\mathbb{Z}/(13)$
- в) кольцо вычетов  $\mathbb{Z}/(5 \times 13)$

3) Напомним, что дифференцированием кольца называется отображение  $\mathcal{D}$  из кольца в себя, переводящее сумму в сумму и удовлетворяющее правилу Лейбница  $\mathcal{D}(a \times b) = \mathcal{D}(a) \times b + a \times \mathcal{D}(b)$ .

а) докажите, что коммутатор  $[\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2] = \mathcal{D}_1\mathcal{D}_2 - \mathcal{D}_2\mathcal{D}_1$  является дифференцированием. б) Докажите что  $[\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2], \mathcal{D}_3] = [\mathcal{D}_1, [\mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3]] - [\mathcal{D}_2, [\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_3]]$