

ПРОГРАММА КУРСА

Программа содержит список утверждений, которые нужно будет доказать на зачете. Предполагается, что необходимые определения и вспомогательные факты студент сформулирует самостоятельно. Вопросы со звездочкой не изучались на лекциях (некоторые изучались на семинарах).

1. Теорема о неявной функции.
2. Теорема о разбиении единицы.
3. Лемма Морса.
4. * Группа диффеоморфизмов многообразия действует транзитивно на множестве наборов из n различных точек многообразия (для любого n).
5. Эквивалентность разных определений касательного расслоения.
6. Теорема о существовании и единственности интегральной кривой и локального потока векторного поля.
7. Теорема о существовании и единственности потока векторного поля на компактном многообразии.
8. Эквивалентность двух определений коммутатора векторных полей (через потоки и через дифференциальные операторы).
9. Коммутатор полей равен нулю тогда и только тогда, когда их потоки коммутируют.
10. Теорема Фробениуса (утверждения про векторные поля и про формы будут предложены как отдельные вопросы).
11. Переход от многообразия к множеству дифференциальных форм — функтор из категории гладких многообразий в категорию комплексов и в категорию градуированных алгебр (это могут быть два отдельных вопроса).
12. Производная Ли — гомоморфизм алгебр Ли. “Волшебное тождество” Картана. *Производная Ли на множестве векторных полей — коммутатор векторных полей.
13. Корректность определения интеграла от дифференциальной формы. Поведение интеграла при диффеоморфизмах.
14. Теорема Стокса.
15. Лемма Пуанкаре.
16. Точность последовательности Майера–Виеториса.
17. Лемма Сарда.
18. Теорема Тома о трансверсальности (степень общности — на усмотрение студента).