

Степень расширения

- A1.1.** Найдите минимальный многочлен элемента: **а)** $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ над \mathbb{Q} ; **б)** $\sqrt[3]{2} + \sqrt{3}$ над \mathbb{Q} .
- A1.2.** Найдите степень расширения \mathbb{Q} : **а)** корнем многочлена $x^3 + px + q \in \mathbb{Q}[x]$; **б*)** всеми корнями этого многочлена; **в)** корнем многочлена $x^4 + 4$.

Построения циркулем и линейкой

- A1.3.** Пусть элемент α получен из элементов поля $F \subset \mathbb{R}$ при помощи последовательности построений циркулем и линейкой. Докажите, что если $[F(\alpha) : F]$ конечна, то она является степенью двойки.
- A1.4 (Удвоение куба).** Докажите, что циркулем и линейкой нельзя построить отрезок в $\sqrt[3]{2}$ длиннее данного.
- A1.5 (Трисекция угла).** **а)** Чему может равняться степень расширения $[\mathbb{Q}(\cos \varphi/3) : \mathbb{Q}(\cos \varphi)]$?
б) Докажите, что угол в 20° нельзя построить циркулем и линейкой.
- A1.6. а)** Найдите степень и минимальный многочлен элемента $2 \cos 2\pi/5$ над \mathbb{Q} . Можно ли построить циркулем и линейкой правильный пятиугольник?
- б*)** Найдите степень и минимальный многочлен элемента $2 \cos 2\pi/7$ над \mathbb{Q} . Можно ли построить циркулем и линейкой правильный семиугольник?
- УКАЗАНИЕ. Какие решения имеет уравнение $\cos 3\varphi = \cos 4\varphi$?