# Листок 3

**1.** Является ли линейно независимым множество всех геометрических прогрессий с первым членом, равным 1?

**2.** Пусть $X$ – базис пространства $L$, $X_0 \subset X$ и $L_0$ – линейная оболочка векторов $X_0$. Докажите, что классы эквивалентности элементов множества $X \setminus X_0$ образуют базис пространства $L/L_0$.

**3.** Пусть $L_1$ и $L_2$ – подпространства пространства $L$, причём $\dim L_1 = m_1$, $\dim L_2 = m_2$, $\dim L = m$. Какие значения могут принимать $\dim(L_1 \cap L_2)$ и $\dim(L_1 + L_2)$?

4. Пусть $A \in \mathrm{Hom}(L_1, L_2)$, где $L_1$ и $L_2$ – конечномерные пространства. Вычислите $\dim(\mathrm{ker} A) - \dim(L_2/\mathrm{Im} A)$.

**5.** Пусть $V$ – пространство линейных отображений из двумерного пространства в себя. Зафиксируем $A \in V$ и определим отображение $f_A : V \to V$ по формуле $f_A(X) = AX - XA$. Найдите размерности образа и ядра $f_A$ в зависимости от $A$.

6. Пусть $L$ – конечномерное векторное пространство с базисом $e_1, \ldots, e_n$. Пусть $f_1, \ldots, f_n$ – двойственный базис в пространстве $L^*$. Рассмотрим линейное отображение $A : V \to V^*$, такое что $Ae_i = f_i$. Зависит ли $A$ от выбора базиса $e_i$?