

Листок 1

1. Является ли поле $\mathbb{C}((z))$ алгебраически замкнутым?
2. Рассмотрим поле F , содержащее поле рациональных чисел \mathbb{Q} . Какова минимальная возможная размерность F как векторного пространства над \mathbb{Q} , если известно, что F содержит $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$?
3. Докажите, что если F – конечное поле характеристики p , то F содержит p^n элементов для некоторого натурального числа n .
- 4*. Докажите, что для каждого натурального числа n существует поле из p^n элементов.
5. Найдите число неприводимых многочленов степени 5 на поле из двух элементов и число неприводимых многочленов степеней 3 и 4 над полем из трёх элементов.
- 6*. Докажите, что многочлен $x^{2n} + x^n + 1$ неприводим над полем из двух элементов тогда и только тогда, когда $n = 3^k$ для некоторого $k \geq 0$.
7. Найдите число k -мерных подпространств в n -мерном векторном пространстве над полем \mathbb{F}_p из p элементов.
8. Докажите, что каждое отображение $\mathbb{F}_p \rightarrow \mathbb{F}_p$ задаётся многочленом степени не выше $p - 1$.