

Рассмотрим с точки зрения теории игр следующую ситуацию: имеется монополист и есть много потребителей. Монополист продаёт некоторую услугу, которая для разных потребителей приносит разную полезность, будучи потреблённой в разных количествах. Производство (оказание) единицы услуги стоит одну и ту же сумму  $c$ . Если бы на рынке был низкий порог вхождения и существовала бы свободная конкуренция, то цена установилась бы ненамного выше  $c$  --- иначе ценовые войны были бы выгодны, как минимум, новым игрокам на рынке. Разумеется, если бы монополист мог, он бы продавал бы услугу каждому потребителю услугу ровно по той цене, которую тот ещё готов заплатить за предложенное количество услуги. Но обычно он вынужден публиковать набор предлагаемых на продажу тарифов --- какое количество можно потребить за какую сумму. Вопрос в том, какие тарифы будут установлены.

Для простоты предположим, что есть всего лишь два типа потребителей --- те, кому не очень и нужна услуга (нижний тип) и те, кому услуга весьма полезна (верхний тип). Кроме того, предположим, что функция полезности для каждого типа вогнута (выпукла вверх), производная полезности для любого количества уже потреблённой услуги выше у верхнего типа, и полезность примерно нулевого количества услуги примерно нулевая (что не так, когда есть услуга, иногда применяемая вместо данной --- скажем, когда можно не заниматься проведением проводного доступа в сеть, а пользоваться каким-то беспроводным, но пользоваться обоими способами сразу потребитель не хочет).

Минимально обобщённым случаем назовём тот, в котором типов несколько и полезность примерно нулевого количества услуги может быть отрицательна. В нём может оказаться, что некоторые потребители не покупают услугу. Заметим, что в нём бывает, что полезность для более высокого типа ниже, чем для более низкого, хотя и растёт быстрее.

Чтобы у нас было от чего отталкиваться, рассмотрим ситуацию, когда услугу производят кооперативы, то есть потребители решают, сколько услуги произвести и производят её, тратя на это себестоимость произведённого. Тогда каждый покупатель максимизирует разность себестоимости и полезности. Максимум достигается в точке, где производная полезности равна себестоимости единицы. Такой уровень производства максимизирует суммарную полезность в обществе, приведённую, скажем, к деньгам (этот факт не зависит от цен, так как изменение цен лишь перераспределяет полезность).

Что же происходит в случае с монополистом? Каждый потребитель выбирает тариф, исходя из двух принципов. Во-первых, ему не должно быть выгоднее просто отказаться от такой услуги. С другой стороны, ему не должно быть выгоднее перейти на другой тариф. Сам же монополист максимизирует свою прибыль.

Эту ситуацию можно рассматривать как игру между монополистом и каждым отдельным потребителем. Можно же её рассматривать с другой стороны --- как простейший механизм. Механизмом обычно называется следующая ситуация: есть много игроков, интересы которых (то есть точные функции полезности) заранее неизвестны, но известны вероятностные распределения. Организатор механизма называет точные правила игры, после чего игроки играют в неё между собой. У организатора при этом есть желание максимизировать какой-то параметр равновесия Нэша в игре, в которую играют игроки. Примерами механизмов могут служить аукционы. В какую сумму игрок оценивает лот, неизвестно. С другой стороны, о распределении оценок есть какие-то предположения. Цель проводящего аукцион --- максимизировать выплаченную сумму.

В случае с монополистом игра между игроками предельно проста, так как выигрыш каждого зависит только от

его действий.

В механизме часто считается, что игроков просто спрашивают об их интересах. При этом ситуация, в которой все говорят правду, может и не быть равновесием Нэша. Такой механизм, поощряющий ложь, называется манипулируемым. Механизм, ложь не поощряющий, называется неманипулируемым. Англоязычное его название --- "incentive compatible" --- означает "совместимый со свободой воли".

В случае с монополистом и тарифами игрока спрашивают, относится ли он к верхнему типу. Механизм манипулируем, если одному из типов будет выгодно лгать.

Заметим, что что бы ни делал монополист, наши два типа потребителей выберут себе тарифы --- каждый свой --- и пользоваться будут только эти два тарифа (возможно, ещё и совпадающие). Таким образом, достаточно предлагать лишь два тарифа.

Заметим, что верхний тип будет пользоваться услугой, если ей будет пользоваться нижний тип, так как получает даже от нижнего тарифа положительную (ведь полезность услуги для них выше) выгоду. Так как монополист устанавливает на верхний тариф максимальную цену, которая ещё не заставит верхний тип перейти на нижний тариф или отказаться от услуги, то эта цена будет больше, чем цена нижнего тарифа, ровно на прирост полезности (с точки зрения верхнего типа). Заметим, что прирост полезности для нижнего типа при этом меньше, поэтому нижний тип не станет пользоваться верхним тарифом. Нижний тариф будет иметь максимальную цену, при которой нижний тип не откажется от услуги, то есть равную полезности для нижнего типа.

Теперь можно изучить количество производимого монополистом.

Во-первых, заметим, что перепроизводства, то есть производства больше, чем у кооператива, у монополиста не бывает. Если тариф нижнего типа избыточен, то можно уменьшить количество услуги в нём до эффективного для нижнего типа, уменьшив цену до значения полезности для нижнего типа (снижение цен меньше снижения издержек). При этом тариф для верхнего типа, в соответствии с нашими правилами, можно поднять, так как за услугу в тарифе нижнего типа верхний тип платит в соответствии с полезностью для нижнего типа, а за излишек услуги --- который увеличивается --- в соответствии с приростом своей полезности при таком увеличении количества услуги, что обходится ему дороже. Если тариф верхнего типа избыточен, можно просто уменьшить количество до эффективного. Падение полезности и падение цены будет меньше, чем падение издержек.

Даже если бы у нас было много типов и полезность почти нулевого количества услуги была бы отрицательна (наш минимально обобщённый случай), никакому типу не предлагалось бы избыточного количества услуги. Действительно, снижение количества до эффективного со снижением цены, равным снижению полезности, выгодно для продавца (издержки снижаются сильнее), не ухудшает положения покупателя и уменьшает привлекательность такого тарифа для более высоких типов (которые и раньше не хотели его брать). После этого можно поднять цену так, чтобы для этого потребителя было всё равно, переходить ли на более низкий тариф. После этого нижние типы уже не захотят переходить на этот тариф. Единственный случай, где эти качественные рассуждения придётся заменять расчётом --- когда переход на этот тариф не был для кого-то из нижних типов существенно невыгоден.

Во-вторых, заметим, что верхнему типу достаётся эффективное количество. Действительно, если это не так, то увеличим это количество до эффективного. При этом тариф для него возрастет сильнее издержек.

Даже в минимально обобщённом случае один из типов получает эффективное количество. Действительно, посмотрим на тип, пользующийся услугой, и у которого нет сильного стимула не перейти на другой тариф. Предложим

ему прибавку по цене, равной приросту полезности для него. Он согласится, а монополист получит дополнительную прибыль.

В-третьих, нижнему типу достаётся количество, меньшее эффективного. Действительно, чуть уменьшив это количество мы потеряем на нём квадратичное от размера уменьшения количество денег, так как продаём последнюю часть очень близко к себестоимости. С другой стороны, верхний тип оплачивает теперь эту часть по своему приращению полезности, которое имеет строго большую производную, и даёт линейное увеличение дохода. В сумме видим, что маленькое отклонение вниз монополисту выгодно.

В заключение докажем небольшой факт про механизмы вообще. Если у нас есть задача построения механизма, то у нас может получиться манипулируемый механизм. Если в нём единственное равновесие Нэша, то его можно превратить в неманипулируемый простым трюком. Новый механизм будет спрашивать игроков про их интересы и разыгрывать равновесие Нэша за них. Другими словами, у нас были игроки и механизм. Можно раздать игрокам компьютеры с программой вычисления хода в равновесии Нэша. Тогда игрокам не будет невыгодно пользоваться указаниями компьютеров. А теперь объявим компьютеры частью механизма. Мы получили неманипулируемый механизм с тем же результатом.