Экзамен

Задача 1. Сколькими способами можно разложить пятимерное пространство над $\mathbb{F}_p$ в прямую сумму двумерного и трёхмерного подпространств?

Задача 2. Вычислите A^{100}, если $A = \begin{pmatrix} 3/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

Задача 3. Сколько существует различных абелевых групп, в которых есть подгруппа, изоморфная $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$, фактор по которой тоже изоморфен $\mathbb{Z}/12\mathbb{Z}$?

Задача 4. Сколько существует попарно неизоморфных $k[[x]]$-модулей, размерность которых как векторных пространств над k равна шести?

Задача 5. Пусть $\dim V = n$. Любой ли грассманов многочлен $\xi \in \Lambda^{n-1}V$ является разложимым (то есть представимым в виде $v_1 \wedge \ldots \wedge v_{n-1}$ для некоторых векторов $v_i \in V$)?

Задача 6. Является ли полем кольцо $\mathbb{F}_p[x]/(x^2+x+1)$, если **а)** $p = 1907$, **б)** $p = 2011$?

Примечание. 1907 и 2011 — простые числа.

На работу отводится четыре часа (240 минут). Разрешается использовать любые *свои* (а не взятые у соседа) *бумажные* материалы. Не забудьте подписать работу!

Желаем успеха!