

НМУ, теория Морса. Листок 2.
Разное. 13.11.2010.

Задача 1. Найти эйлерову характеристику тора \mathbb{T}^2 , используя подходящую функцию Морса.

Задача 2. Пусть M компактное многообразие и $f : M \rightarrow \mathbb{R}$ функция Морса с двумя критическими точками. Доказать, что тогда M гомеоморфно сфере.

Задача 3. На любом ли компактном многообразии существует совершенная функция Морса, то есть такая, что количество критических точек индекса k равно k -му числу Бетти? (*Подсказка: подумайте об $\mathbb{R}\mathbb{P}^3$*).

Задача 4. Пусть X компактное топологическое пространство и

$$X_1 \subset X_2 \subset \dots \subset X_m = X,$$

где X_i замкнуты. Доказать, что тогда $\sum_{i=1}^m P_{X_i, X_{i-1}}(t) \succ P_X(t)$.