КРАТКИЕ ЛИТЕРАТУРНЫЕ УКАЗАНИЯ

Мы укажем здесь лишь работы, наиболее тесно связанные с текстом книги. При этом мы ни в коей мере не претендуем на полноту библиографии. По возможности автор старался избежать ссылок на краткие сообщения и труднодоступные источники, так что в основном цитируются монографии, а также подробные или обзорные статьи.

К ГЛАВЕ I

Понятие псевдодифференциального оператора (ПДО) возникло на базе теории многомерных сингулярных интегральных операторов (см. монографию Михлина [1] и имеющиеся там ссылки). В дальнейшем появились сингулярные интегро-дифференциальные операторы (см. работу Аграновича [1] и имеющиеся там ссылки). Термин «псевдодифференциальный оператор« был предложен Фридрихсом и Лаксом [1]. В современной форме ПДО появились, по существу, в работе Кона и Ниренберга [1] (там рассматривались ПДО, называемые здесь «классическими»). Классы символов $S^m_{\rho,\,\delta}$ и соответствующие классы операторов были введены Хёрмандером [2]. Ему же принадлежит теорема об инвариантности класса ПДО относительно замен переменных (см. Хёрмандер [1], [2]). Приводимое здесь доказательство этой теоремы основано на идеях Кураниши.

Интегральные операторы Фурье (ИОФ) были введены и систематически изучены в работе Хёрмандера [6]. Ранее близкое понятие каноническою оператора изучалось в связи с различными асимптотическими задачами Масловым (см. монографии Маслова [1], [2], Маслова и Федорюка [1], статью Дюйстермаата [3]). Работе Хёрмандера предшествовали также работы Эскина [1], [2], Егорова [1], [2], содержавшие идеи, использованные Хёрмандером В работах Ниренберга и Трева [1] и Егорова [1]—[4] ПДО и простейшие ИОФ использовались для изучения вопросов локальной разрешимости и регулярности решений общих операторов главного типа.

В изложении теории осциллирующих интегралов, ИОФ и построении алгебры ПДО мы следуем, в основном, работе Хёрмандера [6]. Гипоэллиптичность в § 5 изложена в духе работы Хёрмандера [2]. В той же работе приведен подробно реализованный здесь эскиз теории пространств Соболева. Более полные сведения о пространствах Соболева можно найти в монографиях Хёрмандера [7], Никольского [1], Соболева [1], Бесова, Ильина и Никольского [1], Лионса и Мадженеса [1]. Элементарное изложение простейших фактов теории ПДО можно найти в книге Уэллса [1].

Отметим, что мы используем здесь термин ИОФ для операторов, обычно называемых локальными ИОФ. Теория глобальных ИОФ, существенно более тонкая и сложная, нами сознательно опущена во избежание чрезмерного увеличения объема книги. Однако глобальные ИОФ или их эквивалент — канонический оператор Маслова — необходимы в ряде приложений (например, в теории гиперболических уравнений или в спектральной теории). Поэтому после знакомства с локальными ИОФ и их приложениями читателю стоит изучить глобальные ИОФ (это можно сделать, например, по статьям Хёрмандера [6] и Дюйстермаата и Хёрмандера [1], или по лекциям Дюйстермаата [1]) и теорию каноническою оператора Маслова (например, по книге Маслова и Федорюка [1]).

По поводу других вопросов теории ПДО и ИОФ мы отсылаем читателя к монографиям Фридрихса [1], Эскина [3], Тейлора [1], Дюйстермаата [1], Трева [1], Грушина [2], работам Аграновича [1], Кумано-го [1], [2], Билса и Фефермана [1], Билса [1], [2], [3], Кальдерона [1]. Отметим важное уточнение теоремы об ограниченности (в частности, для операторов класса $L^0_{\rho,\,\delta}$ при $0 \leqslant \rho = \delta < 1$), найденное Кальдероном и Вайанкуром [1] (см. также Ватанабе [1] и Кумано-го [3]). По поводу действия ПДО в пространствах L^p см. Мурамату [1] и Иллнер [1], в гельдеровских классах — Дюран [1], в классах жевреевских и аналитических функций — Волевич [1], Дюшато и Трев [1], Бауенди и Гулаунк [1].

Операторы с комплексной фазовой функцией рассматривали Кучеренко [1], Мищенко, Стернин и Шаталов [1], Мелин и Шёстранд [1].

Сильное влияние на развитие теории ПДО оказали работы по проблеме индекса, в которой ПДО нашли существеннее применение: см. работы Атья и Зингера [1], Федосова [1], Атья, Ботта и Патоди [1], Хёрмандера [5], Атья [1], [2]. Техника ПДО использовалась в работе Атья и Ботта [1] о теореме Лефшеца.

Важные конкретные приложения ПДО в классических задачах теории уравнений с частными производными можно найти в работах Олейник и Радкевича [1], Мазьи и Панеяха [1].

К ГЛАВЕ II

Описание структуры комплексных степеней эллиптических операторов в терминах ПДО и теорема о мероморфном продолжении ядер комплексных степеней и ζ-функции принадлежат Сили [1], [2], [3]. Другие варианты и обобщения этой теории можно найти в работах Нагасе и Шинкаи [1], Хайакавы и Кумано-го [1], Кумано-го и Цуцуми [1], Смагина [1], [2]. Тауберова техника впервые использовалась в классической работе Карлемана [1]. Обзор различных вариантов тауберовой техники дан а работе Хёрмандера [4]. Доказательство тауберовой теоремы Икехара, приводимое здесь, близко к доказательству, изложенному в книге Ленга [1].

Отметим важное приложение результатов Сили — уже упоминавшуюся работу Атья, Ботта и Патоди [1], в которой дано новое изложение теории индекса. Атья, Патоди и Зингер [1] изучили для самосопряженного неполуограниченного оператора A функцию

$$\eta_A(z) = \sum_j\ (\operatorname{sign}\ \lambda_j)\ |\lambda_j|^z.$$

Укажем еще близкие к этому кругу идей работы Рея и Зингера [1], [2] об аналитическом кручении.

Работы Сили [2], [3] содержат также изучение комплексных степеней и ζ-функции оператора, соответствующего эллиптической граничной задаче. Мы совсем не касались спектральной теории граничных задач — по этому поводу читатель может обратиться к монографии Березанского [1].

Мероморфное продолжение ζ-функции тесно связано с асимптотикой следа резольвенты (при $\lambda \to \infty$) и с асимптотикой θ-функции

$$\theta(t) = \sum_j\ e^{-\lambda_j t}$$

при $t \to +0$ (см., например, Дюйстермаат и Гийемин [1]). Эти вопросы изучались в работах Фудживары [1] и Грейнера [1].

Псевдодифференциальные системы, эллиптические по Дуглису—Ниренбергу, изучались с указанной точки зрения Кожевниковым [1].

Асимптотика $N(\lambda)$ при $\lambda \to +\infty$ (без оценки остатки) для гипоэллиптических операторов на компактном многообразии с краем получена Москателли и Томпсоном [1].

Обсуждение теорий псевдодифференциальных граничных задач с параметром можно найти у Аграновича [2].

Как мы отмечали в тексте книги, теорема о мероморфном продолжении ζ-функции не позволяет получить существенной информации о собственных значениях несамосопряженных операторов. Обзор различных вопросов спектральной теории несамосопряженных дифференциальных и псевдодифференциальных операторов можно найти в работе Аграновича [3].

К ГЛАВЕ III

Теорема 16.1, принадлежащая Хёрмандеру, доказана в его работе [4]. Глава III представляег собой развернутое изложение этой работы, дополненное изложением всех необходимых вспомогательных фактов. Работа Хёрмандера [4] содержит также некоторые результаты, относящиеся к случаю некомпактного многообразия, и некоторые результаты о средних Рисса (см. по этому поводу также другую работу Хёрмандера [3]).

Описание структуры оператора $\exp(-itA)$ как ИОФ, по существу, делается на основе идей геометрической оптики (см. по этому поводу книгу Бабича и Булдырева [1]). Эти идеи были использованы Лаксом [1] для построения асимптотических решений и параметрикса гиперболических систем. Метод Лакса был развит Хёрмандером [4] и привел к указанному описанию структуры оператора $\exp(-itA)$, что, по существу, равносильно описанию особенностей фундаментального решения гиперболического псевдодифференциального уравнения. Отметим еще, что оператор $\exp(-itA)$ при больших t уже представляет собой глобальный ИОФ (см. литературные указания к главе I). В ряде работ изучалась возможность представления операторной экспоненты $\exp(-tA)$ и ее ядра в терминах континуальных интегралов типа Фейнмана (см., например, Маслов и Шишмарев [1]).

Отметим, что метод получения асимптотики спектральной функции, основанный на рассмотрении гиперболического уравнения, впервые использовался Левитаном [1]. Укажем еще работу Левитана [2], содержащую важные добавления к рабоге Хёрмандера [4].

Дальнейшие результаты об асимптотике собсгиенных значений, связывающие этот вопрос с геометрией бихарактеристик, можно найти в работах Колен де Вердье [1], Шэзарэна [1], Дюйстермаата [2], Вайнстейна [1], Шнирельмана [1]. Особо отметим работу Дюйстермаата и Гийемина [1], где при некоторых предположениях получен второй член асимптотики $N(\lambda)$ при $\lambda \to +\infty$ для самосопряженного эллиптического оператора на замкнутом многообразии. С помощью ИОФ Розенблюм [1] получил очень точные результаты об асимптотике собственных значений для операторов на окружности.

По поводу геометрии спектра см. также книгу Берже, Годушона, Мазе [1], статью Молчанова [1], а также интересные работы Гилки [1], [2], [3].

Мы совсем не касались вопросов, связанных с асимптотикой спектра негладких или вырождающихся операторов и граничных задач. По этому поводу мы отсылаем читателя к лекциям Бирмана и Соломяка [1] и к их обзору [2], где можно найти также обширную библиографию по асимптотике спектра.

Обзор ряда важных результатов, касающихся разложений по собственным функциям, можно найти в статье Алимова, Ильина и Никишина [1].

К ГЛАВЕ IV

Теория ПДО в $\mathbb{R}^n$, по существу, возникла уже давно в рамках математических вопросов квантовой механики (см, например, Березин [1], Березин и Шубин [1], [2]). Различные варианты этой теории можно найти в работах Рабиновича [1], Кумано-го [1], [2], Грушина [1], Шубина [1], [5], Билса [2], Фейгина [2].

В работах Билса [3] и Шубина [5] обсуждается структура операторов, являющихся функциями от ПДО в $\mathbb{R}^n$ с равномерными по x оценками символов (таких, как у Кумано-го [1]).

Различные вопросы, связанные с фредгольмовостью ПДО на некомпактных многообразиях, обсуждаются у Кордеса и Мак-Оуэна [1]. Ряд работ последнею времени посвящен ПДО на нильпотентных группах Ли (в особенности на группе Гейзенберга) — см., например, Ротшильд и Стейн [1].

Приводимое здесь построение алгебры ПДО в $\mathbb{R}^n$ ближе всего к работе Шубина [1]. Понятие антивиковского символа было введено Березиным [2] и является вариантом конструкции Фридрихса [1] (см. также Кумано-го [1], [2]). По поводу приложений виковского и антивиковского символа, а также более общих символов см. работы Березина [2], [3], Березина и Шубина [1], Шубина [2], [3]. В работе Березина [2] с помощью неравенств для $\mathrm{Sp}\,\exp(-tA)$ получена асимптотика собственных значений (без оценки остатка). Результаты § 25 и § 26, по существу, содержатся в работе Шубина [1] (см. также [4]). Наконец, метод приближенного спектрального проектора и все результаты §§ 28—30 содержатся в работе Туловского и Шубина [1]. Важная модификация этого метода предложена Фейгиным [1], [2].

Укажем, что метод приближенного спектрального проектора, по существу, является вариационным методом. Вариационные методы берут начало с классических работ Г. Вейля [1], [2]. Для нахождения асимптотики собственных значений операторов в $\mathbb{R}^n$ можно применять и тауберов метод — см. работу Костюченко [1]. Обзор всех результатов по асимптотике спектра операторов в $\mathbb{R}^n$ можно найти в уже цитировавшейся работе Бирмана и Соломяка [2].

К добавлению 1

Понятие волнового фронта обобщенной функции было введено Хёрмандером [6] на основе существовавшего ранее и принадлежащего Сато [1] понятия сингулярного носителя гиперфункции.

Теорема о распространении особенностей в указанной здесь форме принадлежит Дюйстермаату и Хёрмандеру [1] (см. также Хёрмандер [8]). Приводимое здесь доказательство принадлежит Туловскому. Другое изложение модно найти в лекциях Ниренберга [1]. В ряде последующих работ рассматривались более тонкие вопросы, связанные с распространением волновых фронтов (см., например, работу Иврия [1] и имеющиеся в ней ссылки).

К добавлению 2

В этом добавлении излагаются результаты Ройтбурда [1]. Близкий результат, но без оценки остаточного члена был получен Березиным [2]. Другие сведения о квазиклассических асимптотиках и литературные указания по этому поводу можно найти в монографии Маслова и Федорюка [1].

БИБЛИОГРАФИЯ

А г р а н о в и ч М. С.

1. Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы, УМН, **20**, № 5 (1965), 3—120.
2. Граничные задачи для систем с параметром, Матем. сб., **84**, № 1 (1971), 27—65.
3. Спектральные свойства задач дифракции, в книге Войтович Н. Н., Каценеленбаум Б. З., Сивов Л. Н., «Обобщенный метод собственных колебаний в теории дифракции», М., «Наука», 1977, 289—416.

А л и м о в Ш. Л., И л ь и н В. А., Н и к и ш и н Е. М.

1. Вопросы сходимости кратных тригонометрических рядов и спектральных разложений, I, УМН, **31**, № 6 (1976), 28—83; II, УМН, **32**, № 1 (1977), 107—130.

А р н о л ь д В. И.

1. Математические методы классической механики, «Наука», М., 1974.

А т ь я (Atiyah M.)

1. Elliptic operators and compact groups, Lect. Notes Math. **401** (1974), 1—93.
2. Elliptic operators, discrete groups and von Neumann algebras, Astérisque, **32—33** (1976), 43—72.

А т ь я, Б о т т (Atiyah M., Bott R.)

1. A Lefshetz fixed point formula for elliptic complexes, I, Ann. of Math., Ser. 2, **86** (1967), 374—407; II, Applications, Ann. of Math., Ser. 2, 88 (1968), 451—491.

А т ь я, Б о т т, П а т о д и (Atiyah M., Bott R., Patodi V. K.)

1. On the heat equation and the index theorem, Invert. Math., 19 (1973), 279—330. (Русский перевод: сб. Математика **17**:6 (1973), 3—48.) См. также Errata to the paper: On the heat equation and index theorem, Invent. Math., **28** (1975), 277—280.

А т ь я, З и н г е р (Atiyah M., Singer I. M.)

1. The index of elliptic operators, I, Ann. of Math., **87** (1968), 484—530 (Русский перевод: УМН, **23**, № 5 (1968), 99—142.)

А т ь я, П а т о д и, З и н г е р (Atiyah M., Patodi V. K., Singer I. M.)

1. Spectral asymmetry and Riemannian geometry, I, Math. Proc. Cambrige Phil. Soc., **77** (1975), 43—69; II там же, **78** (1975), 405—432; III там же, **79** (1976), 71—99.

Б а б и ч В. М, Б у л д ы р е в В. С.

1. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн, «Наука», М., 1972.

Б а у е н д и, Г у л а у и к (Baouendi M. S., Goulaouic C.)

1. Problemes de Cauchy pseudodifferentiels analytiques non lineaires, Sem. Goulaouic—Schwatz, 1975—76, Exposé XIII.

Б е р е з а н с к и й Ю. М.

1. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов, «Наукова думка», Киев, 1965.

Б е р е з и н Ф. А.

1. Об одном представления операторов с помощью функционалов, Труды Моск. матем. об-ва, 17 (1967), 117—196.
2. Виковские и антнвиковские символы операторов, Матем. сб. **86** (1971), 578—610.

3. Ковариантные и контравариантные символы операторов, Изв. АН СССР, сер. матем., **36**, № 5 (1972), 1134—1167.

Березин Ф. А., Шубин М. А.

1. Symbols of operators and quantization, Colloquia mathematica societatis Janos Bolyai, 5, Hilbert space operators, Tihany (Hungary), 1970, 21—52.
2. Лекции по квантовой механике, М., Изд-во МГУ, 1972.

Берже, Годушон, Мазе (Berger M., Gauduchon P., Mazet E.)

1. Le spectre d'une variété Riemannienne, Lecture Notes in Math., 194, Berlin, 1971.

Бесов О. В., Ильин В. П., Никольский С. М.

1. Интегральные представления функций и теоремы вложения, «Наука», М., 1975.

Билс (Beals R.)

1. Spatially inhomogeneous pseudodifferential operators, II, Comm. Pure Appl. Math., **27** (1974), 161—205.
2. A general calculus of pseudodifferential operators, Duke Math. J., **42**(1975), 1—42.
3. Characterization of pseudodifferential operators and applications, Duke Math. J., **44**, № 1 (1977). 45—58.

Билс, Фефферман (Beals R., Fefferman C.)

1. Spatially inhomogeneous pseudodifferential operators, I, Comm. Pure Appl. Math., **27** (1974), 1—24.

Бирман М. Ш., Соломяк М. 3.

1. Количественный анализ в теоремах вложения Соболева и приложения к спектральной теории, в кн. «Десятая матем. школа», Киев, 1974, 5—189.
2. Асимптотика спектра дифференциальных уравнений, в сб. «Математический анализ», вып. 14 (серия «Итоги науки», 1977.

Вайнстейн (Weinstein A.)

1. Fourier integral operators, quantization and the spectra of Riemannian manifolds, Proc. of the C.N.R.S. Colloque de Géométrie Symplectique et physique Mathématique, Aix en Provence, June 1974.

Ватанабе (Watanabe K.)

1. On the boundedness of pseudodifferential operators of type ρ, δ with $0 \leqslant \rho = \delta < 1$, Tohoku Math. J., **25**, № 3 (1973), 339—345.

Вейль Г. (Weyl H.)

1. Das asymptotische Verteilungsgesetz der Eigenwerte linearer partieller Differentialgleichungen, Math. Ann., **71** (1912), 441—479.
2. Uber die Abhängigkeit der Eigenshwingungen einer Membran von der Begrenzung, J. reine angew. Math., **141** (1912), 1—11.

Волевич Л. Р.

1. Псевдодифференциальные операторы с голоморфными символами и классы Жеврея, Труды Моск. матем. об-ва, **24** (1971), 43—68.

Гельфанд И. М., Шилов Г. Е.

1. Обобщенные функции, вып. 1, Физматгиз, М., 1959; вып. 2, 3, Физматгнз. М., 1958.

Гилки (Gilkey P. B.)

1. Curvature and the eigenvalues of the Laplacian for elliptic complexes, Adv. Math., **10** (1973), 344—382.
2. Curvature and the eigenvalues of the Dolbedult complex for Kaehler manifolds, Adv. Math., **11** (1973), 311—325.
3. Spectral geometry and the Kaehler condition for complex manifolds, Invent. Math., **26** (1974), 231—258.

Гохберг И. Ц., Крейн М. Г.

1. Введение в теорию линейных несамосопряженных операторов в гильбертовом

пространстве, «Наука», М., 1965.

Грейнер (Greiner P.)

1. An asymptotic expansion for the heat equation, Arch. Ration. Mech. and Anal., **41**, № 1 (1971), 163—218.

Грушин В. В.

1. Псевдодифференциальные операторы в R^n с ограниченными символами, Функц. анализ и его прил., **4**, вып. 3 (1970), 37—50.
2. Псевдодифференциальные операторы, Моск. институт электронного машиностроения, М., 1975.

Дюйстермаат (Duistermaat J. J.)

1. Fourier integral operators, Courant Institute of Math. Sciences, New York, 1973.
2. The spectrum and periodic geodesics, Lecture on the AMS Summer Institute on differential geometry, Stanford, August 1973.
3. Oscillatory interals, Lagrange immersions and unfolding of singularities, Comm. Pure Appl. Math., **27**, № 2 (1974), 207—231.

Дюйстермаат, Гийемин (Duistermaat J. J., Guillemin V. W.)

1. The spectrum of positive elliptic operators and periodic bicharacteristics, Invent. Math., **29** (1975), 39—79.

Дюйстермаат, Хёрмандер (Duistermaat J. J., Hormander L.)

1. Fourier integral operators, II, Acta Math., **128** (1972), 183—269.

Дюран (Durand M.)

1. Parametrix d'operateurs elliptiques de class C^μ, Bull. Soc. math. France, **103** (1975), 21—63.

Дюшато, Трев (Du-Chateau P., Treves F.)

1. An abstract Cauchy—Kovalevski teorem in scale of Gevrey classes, Symp. Mathematica, **7** (1971), 135—163.

Егоров Ю. В.

1. Канонические преобразования и псевдодифференциальные операторы, Труды Моск. матем. об-ва, **24** (1971), 3—28.
2. О необходимых условиях разрешимости псевдодифференциальных уравнений главного типа, Труды Моск. матем. об-ва, **24** (1971), 29—41.
3. Субэллиптические операторы, УМН, **30** № 2 (1975), 57—114.
4. О субэллиптических операторах, УМН, **30**, № 3 (1975), 57—104.

Иврий В. Я.

1. О волновых фронтах решений некоторых псевдодифференциальных уравнений, Функц. анализ и его прил., **10**, № 2 (1976), 71—72.

Иллнер (Illner R.)

1. On algebra of pseudo-differential operators in $L^p(R^n)$, Comm. Part. Diff. Eq. **2**, № 4 (1977). 359—394.

Кальдерон (Calderon A. P.)

1. Lecture notes on pseudo-differential operators and elliptic boundary value problems I, Publs I.A.M., 1976. Ser 2, № 1.

Кальдерон, Вайанкур (Calderon A. P., Vaillancoart R.)

1. A class of bounded pseudo-differential operators, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A., **69** (1972), 1185-1187.

Карлеман (Carleman T.)

1. Propriétés asymptotiques des fonctions fondamentales des membranes vibrantes, C.R. 8-éme Congr. des Math. Scand Stockholm, 1934, Lund 1935, 34—44.

Кожевников А. Н.

1. Спектральные задачи для псевдодифференциальных систем, эллиптических по Дуглису—Ниренбергу, и их приложения, Матем. сб., **92**, № 1 (1973), 60—88.

К о л е н д е В е р д ь е (Colin de Verdier Y.)
1. Spectre du laplacien et longueurs des géodésiques périodiques, II, Comp. Math., **27** (1973), 159—184.
К о н, Н и р е н б е р г (Kohn J. J., Nirenberg L.)
1. An algebra of pseudo-differential operators, Comm. Pure Appl. Math., 18 (1965), 269—305. (Русский перевод: Алгебра псевдодифференциальных операторов, в сб. «Псевдодифференциальные операторы», «Мир», М., 1967, 9—62.)
К о р д е с, М а к - О у э н (Cordes H. O., Mc Owen R. C.)
1. The C^*-algebra of a singular elliptic problem on a noncompact Riemannian manifold, Math. Z., **153**, № 2 (1977), 101—116.
К о с т ю ч е н к о А. Г.
1. Асимптотическое поведение спектральной функции самосопряженных эллиптических операторов, в кн. «Четвертая матем. школа», Киев, 1968, 42—117.
К у м а н о - г о (Kumano-go H.)
1. Remarks on pseudo-differential operators, J. Math. Soc. Japan, **21** (1969), 413—439.
2. Algebras of pseudo-differential operators, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. 1A, **17** (1970), 31—50.
3. Pseudo-differential operators of multiple symbol and the Calderon—Vaillancourt theorem, J. Math. Soc. Japan, **27**, № 1 (1975), 113—119.
К у м а н о - г о, Ц у ц у м и (Kumano-go H., Tsutsumi C.)
1. Complex powers of hypoelliptic pseudo-differential operators with applications, Osaka J. Math., **10** (1973), 147—174.
К у ч е р е н к о В. В.
1. Асимптотика решения задачи Коши для уравнений с комплексными характеристиками, «Современные проблемы математики» (Итоги науки и техники), **8** (1976), 41—136.
Л а к с (Lax P. D.)
1. Asymptotic solutions of oscillatory initial value problems, Duke Math. J., **24** (1957), 627—646.
Л е в и т а н Б. М.
1. Об асимптотическом поведении спектральной функции самосопряженного дифференциального уравнения второго порядка, Изв. АН. СССР, сер. матем., **16** (1952), 325—352.
2. Асимтотическое поведение спектральной функции эллиптического уравнения, УМН, **26**, № 6 (1971), 151—212.
Л е н г С. (Lang S.)
1. Algebraic numbers, London, 1964. (Русский перевод: Алгебраические числа, «Мир», М., 1966.)
Л и о н с, М а д ж е н е с (Lions J. L., Magenes E.)
1. Problems aux limites non homogénes et applications, v. 1, Dunod, Paris, 1968. (Русский перевод: Неоднородные граничные задачи и их приложения, М., «Мир», 1971).
М а з ь я В. Г., П а н е я х Б. П.
1. Вырождающиеся эллиптические псевдодифференциальные операторы и задача с косой производной, Труды Моск. матем. об-ва, **31** (1974), 237—295.
М а с л о в В. П.
1. Теория возмущений и асимптотические методы, Изд-во МГУ. М.,
2. Операторные методы, «Наука», М., 1973.
М а с л о в В. П., Ф е д о р ю к М. В.
1. Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики, «Наука», М., 1976.

Маслов В. П., Шишмарев И. А.
1. О T-произведении гипоэллиптических операторов, «Современные проблемы математики» (Итоги науки и техники), **8** (1976), 137—197.
Мелин, Шёстранд (Melin A., Sjostrand J.)
1. Fourier integral operators with complex-valued phase functions, Lect. Notes Math., **459** (1975), 121—223.
Михлин С. Г.
1. Многомерные сингулярные интегралы и интегральные уравнения, Физматгиз, М., 1962.
Мищенко А. С., Стернин Б. Ю., Шаталов В. В.
1. Геометрия лагранжевых многообразий и канонический оператор Маслова в комплексном фазовом пространстве, «Современные проблемы математики» (Итоги науки и техники), **8** (1976), 3—39.
Молчанов С. А.
1. Диффузионные процессы и риманова геометрия, УМН, **30**, № 1 (1975), 3—59.
Москателли, Томпсон (Moscatelli V. B., Thompson M.)
1. Distribution asymptotique des valeurs propres d'opérateurs pseudo-differentiels sur des variétés compactes, C. r. Acad. sci., **284**, № 6 (1977), A373—A375.
Мурамату (Muramatu T.)
1. On the boundedness of a class of operator-valued pseudo-differential operators in L^p-space, Proc Japan Acad., **49** (1973), 94—99.
Нагасе, Шинкаи (Nagase M., Shinkai K.)
1. Complex powers of non-elliptic operators, Proc. Jap. Acad., **46** (1970), 779—783.
Никольский С. М.
1. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения, «Наука», М., 1969.
Ниренберг (Nirenberg L.)
1. Lectures on linear partial differential equations. Conference board of the mathematical sciences, Regional conference series in mathematics, Amer. Math. Soc., № 1 (1973). (Русский перевод: Лекции о линейных дифференциальных уравнениях с частными производными, УМН, **30**, № 4 (1975), 147—204.)
Ниренберг, Трев (Nirenberg L., Treves F.)
1. On local solvability of linear partial differential equations. Part I: Necessary conditions, Comm. Pure Appl. Math., **23** (1970), 1—38. Part II: Sufficient conditions, там же, 459—509. (Русский перевод: О локальной разрешимости линейных дифференциальных уравнений с частными производными. Часть I: Необходимые условия, сб. Математика, **15**:3 (1971), 142—172. Часть II: Достаточные условия, сб. Математика, **15**:4 (1971), 68—110.)
Олейник О. А., Радкевич С. В.
1. Уравнения второго порядка с неотрицательной характеристической формой, Математический анализ (Итоги науки), 1969; М., 1971.
Рабинович В. С.
1. Псевдодифференциальные уравнения в неограниченных областях с конической структурой на бесконечности, Матем. сб., **80** (1969), 77—97.
Рей, Зингер (Ray D., Singer I. M.)
1. R-Torsion and the Laplasian on Riemannian manifolds, Adv. Math., **7** (1971), 145—210.
2. Analitic torsion for complex manifolds, Ann. of Math., **98** (1973), 154—177.
Рисс, Секефальви-Надь (Riesz F., Sz.-Nagy B.)
1. Leçons d'analyse fonctionelle, Akademiai Kiado, Budapest, 1952. (Русский перевод: Лекции по функциональному анализу, ИЛ, М., 1954.)

Розенблюм Г. В.
1. Почти-подобие псевдодифферениимальпых систем на окружности, ДАН СССР, **223**, № 3 (1975), 569—571.
Ройтбурд В. Л.
1. О квазиклассической асимптотике спектра псевдодифференциального оператора, УМН, **31**, № 4 (1976), 275—276.
Ротшильд, Стейн (Rotschild L. P., Stein E. M.)
1. Hypoelliptic differential operators and nilpotent groups, Acta Math., **137**, 3—4 (1976), 247—320.
Рудин (W. Rudin)
1. Functional analysis. Mc Graw-Hill, New York, 1973. (Русский перевод: Функциональный анализ, «Мир», М., 1975.)
Сато (Sato M.)
1. Regularity of hyperfunction solutions of partial differential equations. Actes Congr. int mathematiciens, 1970, v. 2, Paris, 1971, 785—794.
Сили (Seeley R. T.)
1. Complex powers of an elliptic operator, Proc. Symp. in Pure Math., **10** (1967), 288—307.
2. The resolvent of an elliptic boundary problem, Amer. J. Math., **91** (1969), 889—920.
3. Analitic extension of the trace associated with elliptic boundary problems, Amer. J. Math., **91** (1969), 963—983.
Смагин С. А.
1. Дробные степени гипоэллиптических операторов в R^n, ДАН СССР, **209** (1973), 1033—1036.
2. Комплексные степени гипоэллиптических систем в R^n, Матем. сб., **99** (1976), 331—341.
Соболев С. Л.
1. Введение в теорию кубатурных формул, «Наука», М., 1974.
Тейлор (M. Taylor)
1. Pseudo-differential operators, Lect. Notes Math. 416, Berlin, 1974.
Трев (Treves F.)
1. An introduction to pseudo-differential operators and Fourier integral operators, Universidade Federal de Pernambuco, Instituto de Matematica, Editora Universitaria, Resife, 1973.
Туловский В. Н., Шубин М. А.
1. Об асимптотическом распределении собственных значений псевдодифференциальных операторов в R^n, Матем. сб., **92** (1973), 571—588.
Уэллс (Wells R. O.)
1. Differential analysis on complex manifolds, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1973. (Русский перевод: Дифференциальное исчисление на комплексных многообразиях, М., «Мир», 1970.)
Федосов Б. В.
1. Аналитические формулы индекса эллиптических операторов, Труды Моск. матем. об-ва, **30** (1974), 159—242.
Фейгин В. И.
1. Асимптотическое распределение собственных чисел для гипоэллиптических систем в R^n, Матем. сб., **99** (1976), 594—614.
2. Две алгебры псевдодифференцияльпых операторов в R^n и некоторые приложения, Труды Моск. матем. об-ва, **36** (1977), 155—194.
Фридрихс (Friedrichs K. O.)
1. Pseudo-differential operators; An introduction, Lecture Notes, Courant Institute of

mathematical sciences, New York, 1970.

Ф р и д р и х с, Л а к с (Friedrichs K. O., Lax P. D.)

1. Boundary value problems for first order operators, Comm. Pure Appl. Math., **18** № 1—2 (1965), 355—388.

Ф у д ж и в а р а (Fujiwara D.)

1. On the asymptotic formula for the Green operators for elliptic operators on compact manifolds, J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, Sec. I, **14**, № 2 (1967), 251—283.

Х а й а к а в а, К у м а н о - г о (Hayakawa K., Kumano-go H.)

1. Complex powers of a system of pseudo-differential operators, Proc. Jap. Acad., **47** (1971), 359—364.

Х ё р м а н д е р (Hörmander L.)

1. Pseudo-differential operators, Comm. Pure Appl. Math., **18** (1965), 501—517. (Русский перевод: Псевдодифференциальные операторы, в сб. «Псевдодифференциальные операторы», «Мир», М., 1967, 63—87.)
2. Pseudo-differential operators and hypoelliptic equations, Proc. Symp. on Singular Integrals, Chicago, 1966. (Русский перевод: Псевдодифференциальныв операторы и гипоэллиптические уравнения, в сб. «Псевдодифференциальные оператеры», «Мир», М., 1967, 297—367.)
3. On the Riesz means of spectral functions and eigenfunction expansions for elliptic differential operators. Recent Advances in the Basic Sciences, Yechiva University conference 1966, 155—202. (Русский перевод: О средних Рисса спектральных функций эллиптических дифференциальных операторов и соответствующих спектральных разлижениях, сб. Математика, **12**:5 (1968), 91—130.)
4. The spectral function of an elliptic operator, Acta Math., **121** (1968), 193—218. (Русский перевод: Спектральная функция эллиптического оператора, сб. Математика, **13**:6 (1969), 114—137.)
5. On the index of pseudodifferential operators, Schriftenr. Inst. Math. Dtsch. Akad. Wiss. Berlin, A, № 8, (1971), 127—146. (Русский перевод: Об индексе псевдодифференцильных операторов, сб. Математика, **14**:4 (1970), 78—97.)
6. Fourier integral operators, I, Acta Math., 127 (1971), 79—183. (Русский перевод: Интегральные операторы Фурье, I, сб. Математика, **16**:1, 17—61; **16**:2, 67—136 (1972).)
7. Linear partial differential operators, Springer-Verlag, 1963. (Русский перевод: Линейные дифференциальные операторы с частными производными, «Мир», М., 1965.)
8. On the existence and the regularity of solutions of linear pseudo-differential equations, L'Enseignement mathematique, **17** : 2 (1971), 99—163. (Русский перевод: О существовании и регулярности решений линейных псевдодифференциальных уравнений, УМН, **28**, № 6 (1973), 109—164.)

Ч ж э н ь Ш э н ь - ш э н ь (Chern S. S.)

1. Комплексные многообразия, ИЛ, М., 1961.

Ш н и р е л ь м а н А. И.

1. Об асимптотической кратности спектра оператора Лапласа, УМН, **30**, N 4 (1975), 265—266.

Ш у б и н М. А.

1. Псевдодифференциальные операторы в R^n, ДАН СССР, **196** (1971), 316—319.
2. О некоторых свойствах псевдодифференциальных операторов с негладкими символами, ДАН СССР, **207**, № 3 (1972), 551—553.
3. О спектральных свойствах операторов с ковариантным и контравариантным символами и об одном вариационном принципе, Вестник МГУ, сер. мат. мех., **3** (1973), 51—57.
4. О существенной самосопряженности равномерно гипоэллиптических операторов,

Вестник МГУ, сер. мат. мех., **2** (1975), 91—94.
5. Псевдодифференциальные почти-периодические операторы и алгебры фон Неймана. Труды Моск. мат. об-ва, **35** (1976), 103—164.

Шэзарэн (Chazarain J.)
1. Formule de Poisson pour les variétés riemanniennes, Invent., Math., **24** (1974), 65—82.

Эскин Г. И.
1. Задача Коши для гиперболических уравнений в свертках, Матем. сб., **74**. № 2 (1907), 262—297.
2. Системы псевдодифференциальных уравнений с простыми вещественными характеристиками, Матем. сб., **77**, № 2 (1968), 174—200.
3. Краевые задачи для эллиптических псевдодифференциальных уравнений, «Наука», М., 1973.