Июнь 1983

1. Впервые за последние тринадцать лет я работаю над математическими заметками с намерением их опубликовать. Читатель не удивится, обнаружив, что после долгого молчания мой стиль изложения изменился. Это, однако, еще не признак перемены стиля или методов работы ([1]). Глубинная суть, то есть сама природа моих математических занятий осталась прежней. Более того, я пришел к выводу, что природа любого труда, связанного с открытием — одна и та же; от особенностей того или иного ремесла, от условий труда, да и от нас, работников, она не зависит. Все мы, по сути, заняты одним и тем же: узнаем мир и находим в нем новое.

Право открытия принадлежит ребенку; о нем-то я и поведу речь. О маленьком ребенке, который еще не оглядывается, как взрослые, на каждом шагу: как бы не ошибиться, не опростоволоситься на людях (а то еще — о ужас! — сочтут несолидным или объявят «белой вороной»). О ребенке, которого не пугает досадная манера иных вещей оказываться совсем не такими, какими мы привыкли их себе воображать. Маленький ребенок ничего не знает (и знать не хочет) о негласных — но нерушимых — соглашениях, наполняющих самый воздух, которым мы дышим. А ведь последние, как известно, устанавливаются самыми рассудительными людьми на свете. Бог свидетель, в тех, кто умеет расставить все по местам, у нас никогда не было недостатка.

Наш рассудок насквозь пропитан разнородным «знанием». Приглядевшись, мы обнаружим в нем нагромождения из всяческих страхов, разных видов душевной лености, страстных желаний и запретов. То там, то здесь — завалы стереотипов, полезных советов первому встречному, разъяснений типа «нажми-ка на эту кнопочку». В духоте закрытого пространства толпятся разнообразные сведения, страхи и страсти; окна завешены, и нет ни единой щели, сквозь которую мог бы проникнуть свободный ветер. Кажется, все это «знание» затем и собрано там, чтобы преграждать путь живому восприятию, действенному познанию мира. Этот груз обладает колоссальной инертностью, которая, подчас неодолимо, гнет и тянет к земле.

Маленький ребенок открывает мир так же, как дышит. Вдыхая, он принимает мир внутрь своего хрупкого существа, на выдохе он отдает себя миру, и тогда мир принимает его. Взрослый человек тоже открывает мир — в те редкие моменты, когда ему удается забыть все, что он знал и чего боялся. В такие минуты он глядит вокруг широко раскрытыми, жадными до всего неизвестного, новыми глазами — глазами ребенка.

* *

*

Бог творил мир, открывая его шаг за шагом. Или, еще вернее, Он *творит* мир постоянно, с каждым новым открытием — и открывает его постольку, поскольку творит. Мир создан — но он создается день за днем, тысячи тысяч раз рождаясь заново, так что сам Творец не смеет передохнуть. За работой он ошибается снова и снова — и, неутомимый, исправляет беду в миллионный по счету раз. В этой игре, опуская лот в неведомое море, из глубины получаешь ответ, например: «неплохо на этот раз», или: «тут ты дал маху, приятель», или, наконец: «пошло, как по маслу; продолжай в том же духе». И тогда ты повторяешь, или исправляешь, предыдущий ход — и снова ждешь у воды... Играя, Бог учится и узнает. С каждой репликой извечного диалога между Творцом и Творением, который ведется повсеместно и ежеминутно, линии на картине мира становятся четче, и нечто новое сходит с нее во плоти. Близкое, осязаемое восприятие делает вещи яснее; они обретают жизнь и форму, преобразуясь в руках Создателя...

Такова истинная поступь сотворения и открытия; и что с того, что, если доверять нашим глазам, этой дороге не видно конца? Запоздалый выход человека на сцену (тому едва наберется один, от силы два, миллиона лет) не изменил правил игры. Напротив, он часто вмешивается некстати — в последнее время, как известно, не без дурных последствий.

Бывает, тот или иной из нас неожиданно для себя совершит открытие. Подчас он, восхищенный, в ту же минуту открывает в своей собственной жизни самую возможность *открытия*. В каждом из нас заложено все, что нужно, чтобы раскрывать тайны, особенно влекущие нас — в том числе и секрет чудесной способности к творчеству (есть ли в мире что-нибудь яснее и проще!). А ведь об этой способности забывают многие; это все равно, что разучиться петь — или дышать — как ребенок...

Каждый в силах переоткрыть для себя значение слов «открытие», или «творчество». А вот выдумать их заново не может никто. Они живут сами по себе, такие, как есть: ведь они куда раньше нашего появились на свет.

2. Возвращаясь к стилю моего труда в математике, к его «природе», к его «поступи» — их не могли изменить ни пережитые события, ни прошедшие годы. Дар творчества человек получает от Бога — быть может, еще задолго до своего рождения. Бог создает и открывает мир. *Я поступаю, как он.* Это же, не задумываясь, делает каждый из нас, когда в его душе загорается любопытство — и одна вещь среди всех прочих, с этой минуты облеченная в его глазах жаждой познания, зовет и ведет его за собой.

Когда, в математике или еще где-нибудь, та или иная вещь будит мое любопытство, я ее *расспрашиваю.* Умны ли мои вопросы, не покажутся ли они кому-нибудь глупыми или не слишком продуманными, — об этом я не тревожусь. Бывает, я задаю ей вопрос-утверждение; это — как проба лотом с борта корабля. Сам я уверен в нем настолько, насколько, к моменту его формулировки, я продвинулся на пути к пониманию общей картины. Часто, особенно в начале исследования, утверждение бывает заведомо ложным — достаточно сформулировать его, чтобы в этом убедиться. Стоит лишь записать его на бумаге, как несообразность предположения бросается в глаза — а пока не запишешь, какая-то рябь, как при головокружении, словно нарочно скрывает эту очевидность. После этого, возвращаясь к задаче, чувствуешь, как у тебя прибавилось уверенности: есть надежда уже не так безбожно промахнуться со следующим вопросом. А еще чаще бывает так, что утверждение ложно в буквальном смысле, но сама интуитивная догадка (еще неясная и, как видно, с трудом подбирающая себе под стать словесные образы) все же верна. Понемногу она отстаивается, сбрасывает шелуху. Ложные или просто не относящиеся к делу идеи выпускают ее на свободу; шаг за шагом, она покидает обитель теней. На пороге этого чистилища, где, в ожидании своего первооткрывателя, томится неизвестное, она принимает точь-в-точь по ней, и по ней одной, вылепленную форму. Ее очертания оживают, проясняются по мере того, как мои вопросы становятся точнее и настойчивее, помогая мне, наконец, постичь ее суть.

Но бывает и так, что лот застревает где-то внизу, не дойдя до дна. Тогда все замеры, один за другим, как будто сходятся к одному и тому же результату. И некий образ, отражением действительности, уже начинает выходить из тумана. При этом его контуры просматриваются достаточно ясно, так что поначалу легко принять новый призрак за точное изображение. А на деле — ничего похожего! В результаты замеров вкралась серьезная ошибка; зеркало оказалось кривым, жестоко искажающим истинную природу вещей. Для того чтобы обнаружить подвох, вывести ложную идею на чистую воду, приходится подчас немало потрудиться. Все начинается с того, что замечаешь первые признаки «несостыковки» полученного образа с некоторыми очевидными фактами.

Иногда он в чем-то противоречит другим, к тому моменту уже сложившимся у нас в голове, представлениям об общей картине, которым мы доверяем не меньше. В поисках причины неполадок берешься за труд; чем дальше в лес, тем напряженнее становится работа. И наоборот: пока напряжение нарастает, ты, шаг за шагом, приближаешься к сути противоречия. Из расплывчатого (вначале) оно становится все более явным — и вдруг раскрывается во всей полноте, да так, что, в своей очевидности, слепит глаза. Ошибка обнаружена; определенное видение картины разваливается в прах. В эту минуту испытываешь невероятное облегчение, словно только что вырвался на свободу из тесной клетки. *Момент, когда тебе, наконец, открывается ошибка в работе, можно смело назвать решающим. Для всякого труда, связанного с открытием, это — момент истинного творчества.* И не так уж важно, о чем здесь идет речь, будь то математическая работа или труд, посвященный открытию себя самого. Это — то самое мгновение, когда наше знание, о чем-то или о ком-то, вдруг обновляется.

Бояться ошибки — по сути то же, что бояться истины. Тот, кто боится промахнуться, уже тем самым неспособен сделать открытие. Ошибке, как препятствию на дороге, страх оступиться придает каменную неуязвимость. В самом деле, что, как не страх, вынуждает нас отчаянно цепляться за те «истины», которые мы сами однажды провозгласили — или которым, с незапамятных времен, привыкли доверяться безоговорочно. Когда нас влечет за собою истинная жажда познания (а не боязнь нового, не стремление поскорее забиться в уютную нишу), тогда ошибка, подобно горю или страданию, очищающей волной проходит сквозь наши души. Волна отхлынет — и остается обновленное знание.

3. Не случайно, что ни в одном научном тексте ни слова не говорится о том, как же в действительности проистекала работа. Устные доклады сводятся к тому же: сообщаются *результаты*, и ничего сверх того. Последние, разумеется, подаются простому смертному в форме суровых непреложных законов, начертанных еще в незапамятные времена на твердых гранитных скрижалях (а хранятся они будто бы в эдакой гигантской библиотеке, среди прочих божественных откровений). И правда, все это выглядит так, как если бы некое всемогущее божество диктовало слова закона лишь посвященным, ученым писцам — тем, кто издает ученые книги и ничуть не менее ученые статьи; жрецам науки, распространяющим знание с высоты университетских кафедр или передающим его собратьям по ордену в замкнутом кругу, в торжественной тишине семинара. Найдется ли хотя бы один учебник, хотя бы одно пособие для школьников, студентов, даже для «научных работников», которое могло бы дать злосчастному читателю сколько-нибудь адекватное представление о том, что такое труд исследователя? «Научная работа — это когда кто-то башковитый до невозможности сдает на отлично все экзамены и даже побеждает на олимпиадах; великие умы, знаете, Пастер, Кюри, там, нобелевская премия и все такое прочее,» — вот все, что можно почерпнуть из подобных книжек. Дескать, всем остальным — то есть нам с вами, простым читателям или слушателям — впору лишь как-нибудь, по заданной программе, одолевать знание, которое эти великие люди любезно предоставили нам для блага человечества. У нас другие мерки; вот сдать экзамен в конце семестра (если потрудиться как следует) нам, пожалуй, по силам; да и то…

Да и многим ли — будь то среди самих злополучных «научных работников», корпящих над статьями или диссертациями, или, напротив, среди самых высокоученых, самых авторитетных из нас — достанет простоты, чтобы разгадать совсем нехитрую загадку труда открытия? Что может быть проще: «исследовать», заниматься научной работой, значит не что иное, как *расспрашивать* вещи, с которыми сталкиваешься на дороге. Расспрашивать увлеченно, с настоящей страстью, как ребенок, который *хочет узнать*, как появилась на свет его маленькая сестричка. Искать и находить, то есть спрашивать и жадно ловить ответ, — есть ли на свете более естественное занятие! И ведь оно доступно каждому, ни у кого здесь не может быть особых привилегий. Это подарок; судьба наделяет им каждого из нас еще в колыбели, с тем, чтобы он позднее вошел в свою настоящую силу, воплотился в бессчетных обликах — ежеминутно сменяющихся в душе, своих у каждого человека…

Стоит лишь упомянуть о чем-нибудь подобном, как со всех сторон — на лице ли самого безнадежного тупицы, на устах ли ученейшего из ученых, о чьих заслугах простому смертному и мечтать грешно, — встречаешь одну и ту же, стесненную, понимающую улыбку. Дескать, шутка вышла чересчур неуклюжей; и потом, нельзя же быть таким наивным. Все это, конечно, прекрасно; с чувствами ближнего своего нужно считаться, кем бы он ни был. Но ведь и заходить слишком далеко тоже ни к чему: тупица, он и есть тупица, а никак не Эйнштейн и не Пикассо!

Перед лицом столь единодушного согласия мне, однако же, хватает бестактности настаивать на своем. Решительно, я неисправим: опять не сумел вовремя замолчать…

Нет, не случайно все, самые разнообразные, учебники и пособия в один голос представляют «Знание» так, словно оно в свое время вышло готовеньким из чьих-то гениальных голов, для нашей же пользы причесанным и одетым по форме. В то же время нельзя сказать, что причина этой странности кроется в недобросовестности автора книги — даже в тех редких случаях, когда он сам достаточно «в курсе дела», чтобы понимать, как мало соответствует действительности подобное представление о научной работе. Конечно, книга, написанная таким человеком, включает в себя нечто помимо списка результатов и рецептов. Бывает, что ее страницы пронизывает вдохновение, одушевляет живое видение мира; оно и впрямь передается внимательному читателю — или слушателю, если речь идет об устном докладе. Но молчаливое соглашение, а сила его велика, и здесь не упускает своего: от *работы*, результатом которой явился новый взгляд на вещи, в тексте не остается и следа.

По правде сказать, я и сам, взвешивая свое намерение записать и опубликовать «Математические раздумья», порой неясно ощущал давление этой силы, этого молчаливого соглашения. Под его влиянием во мне поднималось какое-то внутреннее сопротивление моим собственным планам: они начинали казаться мне — какое бы слово здесь подобрать? — неприличными. Сейчас я, пожалуй, впервые стараюсь вывести на свет свои сомнения, чтобы, наконец, разобраться в том, что же мне нашептывал все эти недели (если не месяцы) негласный закон, усвоенный мною Бог знает с каких времен. Вот что я слышу: «Неприлично выставлять напоказ удачи и срывы, опасливые шаги по ненадежной почве, вслепую, наощупь вдоль стен, — словом, «грязное белье» труда открытия. И еще тише: «Неприлично публиковать записки о таких размышлениях, о том, как они проистекали *на самом деле* — точно так же, как было бы неприлично заниматься любовью на людях или после родов выставить напоказ окровавленные простыни…»

Этот запрет неумолим, он проникает всюду, как тот закон, что запрещает говорить вслух о вопросах пола. И только сейчас, когда я пишу это введение, я начинаю догадываться о том, как необычайно велика его сила. И лишь теперь я понимаю значение того невероятного обстоятельства, что нигде и никогда ни слова не говорится о том, как исследовательский труд проистекает на деле, о том, как ошеломляюще — по-детски — проста история любого открытия. Дорога, по которой люди приходят к открытию, не описана ни в одном докладе и ни в одной книге. О ней умалчивают, ею пренебрегают; отрицают ее существование, наконец. Так обстоят дела даже в относительно безобидной области научных открытий — когда, казалось бы, не собственный срам принародно обнажаешь, а тайны мироздания, слава Богу. Иными словами, такая (научная) «дерзость» доступна всем, ее плоды предназначены для общего пользования; тут нам (надо надеяться) нечего скрывать…

Если бы я решился последовать «нити», которая здесь легко прощупывается и могла бы послужить надежным проводником, то это, несомненно, завело бы меня намного дальше, чем те несколько сотен страниц, посвященных гомолого-гомотопической алгебре, которые я уже почти завершил и приготовил к печати.

4. Решительно, я выразился слишком мягко, когда, немного выше, уточнил не без осторожности, что «мой стиль изложения» изменился. Я даже отметил, что в этом нет ничего удивительного: в самом деле, вы же понимаете, если тринадцать лет кряду ничего не писать, а потом вдруг взяться за перо, волей-неволей что-то должно измениться… Разница в том, что раньше я «изъяснялся» (sic!), как все: сначала выполнял работу; затем, двигаясь от конца к началу, тщательно избавлялся от всевозможных помарок. По дороге возникали новые ошибки, подчас грубее тех, что я насажал с первого раза. Значит, опять переделывать — на второй, на третий, иногда на четвертый раз; результат должен быть безупречен. В тексте не должно оставаться сколько-нибудь сомнительных мест; нельзя поддаваться соблазну тайком замести сор под диван (я вообще никогда не любил пыли в углах: зачем плутовать, раз уж берешься за веник). Но дело не только в этом. Если все условия соблюдены, то, когда читаешь окончательный вариант работы, создается (бесспорно, лестное) впечатление, будто *ее автор* (моя скромная персона, в данном случае) — *сама воплощенная непогрешимость*. Он безошибочно выхватывает из груды хаоса как раз «те самые» понятия, затем наилучшим возможным образом составляет из них утверждения, следующие друг за другом с ровным гудением хорошо смазанного мотора. И тут же, с глухим стуком, прямо с неба на бумагу валятся доказательства — каждое в самый подходящий момент!

Как же оценить влияние подобного стиля на ничего не подозревающего читателя? Что происходит в душе школьника, изучающего теорему Пифагора или квадратные уравнения? Какие мысли приходят в голову сотруднику исследовательского института или университета, в котором наделяют «высшим» (имеющий уши да слышит!) образованием, когда он бьется над статьей того или иного авторитетного коллеги? Такие ситуации в жизни каждого школьника, студента или даже научного работника, повторяются сотни, тысячи раз; легко себе представить, как они воздействуют на образ мыслей незадачливого читателя. Бытующие стереотипы — в семье, как и в любом другом окружении — лишь усугубляют эффект. Он проявляется на каждом шагу, и заметить это нетрудно, стоит лишь присмотреться. Он заключается в том, что у человека мало-помалу формируется *убеждение в собственном ничтожестве* по сравнению со значительностью и компетентностью «знающих» людей, тех, которые «все это делают».

С тем, чтобы это внутреннее убеждение как-то уравновесить, некоторые люди развивают в себе способность запоминать вещи, которые на самом деле им непонятны. Они могут, например, с виртуозной ловкостью перемножить две матрицы или «выстроить» по всем правилам сочинение на французском языке, с «тезами» и «антитезами»... Словом, речь идет о способности попугая (или ученой обезьяны), которая в наши дни ценится, как никогда. Она не помогает избавиться от ощущения собственной ничтожности, о котором я говорил; зато и вознаграждается она не куском сахара, как в цирке, а желанными дипломами и хорошей карьерой.

Но такой человек, даже если он покрыт почестями с ног до головы и купается в дипломах, как в золоте, в глубине души не обманывается на счет этих фальшивых признаков собственной важности и «ценности». И даже тот, кто (редкое везение) в свое время поставил на верную карту, последовал своему истинному таланту и сумел проявить себя в творчестве, не знает свободы от подобных сомнений. Внезапный расцвет научной славы — событие, которое зачастую служит ему, чтобы вернее обманывать себя и других — в глубине души не разубеждает его, не придает ему уверенности. Так, одно и то же сомнение точит душу заслуженного ученого и безнадежного тупицы; одна и та же тайная мысль, в которой они ни на минуту не смеют себе признаться.

Это сомнение, это невысказанное внутреннее убеждение, и побуждает каждого из ученых беспрерывно пытаться превзойти самих себя — домогаться новых и новых почестей, любой ценой публиковать как можно больше работ — копить заслуги, не боясь зачахнуть над своими сокровищами... Они всеми силами стараются перенести на других людей (прежде всего, на тех, кто так или иначе от них зависит) втайне грызущее их презрение к самим себе, в тщетной попытке укрыться от его мучительных уколов. Оттого-то и приходится им собирать доказательства своего превосходства над другими — отчаянно, без остановки ([2]).