

Бифуркации векторных полей на плоскости

Задачи к первому занятию

Наталия Борисовна Гончарук

ЛШСМ, Дубна, Ратмино, 2017

Задача 1. Нарисуйте эскизы векторных полей и их фазовых портретов:

- а) $v(x, y) = (x, 2y)$;
- б) $v(x, y) = (x, -y)$;
- в) $v(x, y) = (y, -x)$;
- г) $v(x, y) = (x, y^2 + c)$ для всевозможных значений параметра c .

Задача 2. Задайте формулой векторное поле, траектории которого — спирали, намотывающиеся на начало координат.

Задача 3. Дорисуйте фазовый портрет этого поля внутри кольца так, чтобы там не было особых точек:



Задача 4. Придумайте векторные поля:

- а) на торе без особых точек, но с одной замкнутой траекторией (*предельным циклом*);
- б) на торе с одним седлом и одним узлом;
- в) на сфере с любым наперед заданным количеством седел (и другими особыми точками).

Задача 5. В каждой точке z комплексной плоскости нарисован вектор z^n . Нарисуйте эскиз этого векторного поля и его фазового портрета для $n = 2$, $n = 3$, $n = -1$, $n = -2$.

Задача 6. Возьмите векторное поле $v(x, y) = (x, y)$ и перенесите его на сферу с помощью стереографической проекции. Сколько особых точек получится у векторного поля на сфере? Как устроен фазовый портрет в их окрестностях?

То же задание — для векторного поля $v(x, y) = (1, 0)$.