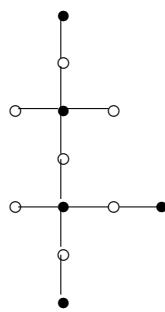


## Задачи Г.Б. Шабата к лекции 1

- 1.1.** Перечислите графы с небольшим числом рёбер. В поверхности каких родов они вкладываются как детские рисунки?
- 1.2.** Перечислите подгруппы малых индексов в ориентированной картографической группе  $\mathcal{C}_2^+ := \langle \rho_0, \rho_1 \mid \rho_1^2 = 1 \rangle$ .
- 1.3.** Перечислите детские рисунки с не более чем 3 рёбрами. Разбейте их на пары взаимно двойственных. Выделите из полученного списка *самодвойственные* рисунки.
- 1.4.** Опишите действие ориентированной картографической группы  $\mathcal{C}_2^+$  на множествах направленных рёбер платоновых тел.
- 1.5.** Перечислите *нормальные* подгруппы картографической группы  $\mathcal{C}_2^+$  индекса  $\leq 6$ . Изобразите соответствующие им рисунки.
- 1.6.** Найдите как можно более длинные гауссовые слова в любом из известных вам языков. Вычислите роды соответствующих склеек.
- 1.7\*.** Напишите компьютерную программу, перечисляющую **в пределах разумного** 2-значные, 4-значные, ..., 20-значные натуральные числа, десятичные представления которых являются гауссовыми словами в цифровом алфавите. С помощью другой программы изучите распределение соответствующих склеек по родам.
- 1.8.** Изобразите рисунки, соответствующие следующим двум склейкам  $4g$ -угольника: (I) стандартной, соответствующей гауссовой слову  $ababcdcd\dots$ ; (II) отождествляющей *противоположные* стороны многоугольника. Объясните, почему при  $g > 1$  эти рисунки – *разные*. [Рекомендуется использовать цвета. В основном имеется в виду случай  $g = 2$ ; решение этой задачи для  $g = 3$  – подвиг].
- 1.9.** Перечислите плоские корневые деревья с не более чем 5 (или даже 6...) рёбрами. Попытайтесь угадать их *истинные формы* – по крайней мере изобразите их так, чтобы углы между рёбрами, выходящими из фиксированной вершины, были одинаковы.



- 1.10\*\*.** Рассмотрите плоское дерево

Задача *вычислить группу вращений* его рёбер была бы, видимо, безнадёжной – это *группа Матье*  $M_{11}$ . Однако можно попросить построить *другие* плоские деревья с *тем же набором валентностей* и попытаться понять, почему *группы вращений их рёбер значительно больше*.