



Детерминированный хаос

Динамические системы с непрерывным временем: основные понятия

1. В желобе (см. рис. 1) без трения движется маленький брусок.
 - a. Выберите естественные координаты, и опишите получающееся фазовое пространство.
 - b. Выпишите законы движения бруска.
 - c. Нарисуйте эскиз векторного поля и траекторий этой системы.
 - d. Выпишите формулу для полной механической энергии шарика.



Рисунок 1 К задаче 1

2. Как изменится поведение систем из предыдущей задачи, если учесть трение?
3. Запишите аналитически условие того, что энергия $E(x, v)$ сохраняется для системы $\dot{x} = P(x, v)$, $\dot{v} = Q(x, v)$.
4. Выведите из законов Ньютона и Гука, что механическая энергия сохраняется
 - a. для математического маятника;
 - b. для бруска в желобе.
5. На конце стержня закреплен шарик. Стержень вращается на шарнире, оставаясь в некоторой вертикальной плоскости. Проведите исследование, аналогичное задаче 1. Что изменится, если эту конструкцию поместить в жидкость (сила сопротивления жидкости прямо пропорциональна скорости движения шарика)?

Словарик

Фазовым пространством системы называется множество её состояний. Для материальной точки на прямой фазовое пространство может быть как прямой (координата точки), так и плоскостью (координата точки и её скорость).

Траектория системы — кривая в фазовом пространстве, вдоль которой движется точка, соответствующая состоянию системы.

На кривой (поверхности, многообразии) задано *векторное поле*, если в каждой точке задан касательный вектор.

Линия уровня функции f — кривая вида $f = \text{const}$.