

# Научный отчет за 2017 год

Александра Скрипченко

15 декабря 2017 г.

## 1 Научные результаты

Моя научная работа в 2017 году в основном была посвящена изучению диофантовых и эргодических свойств различных обобщений перекладываний отрезков - систем изометрий и линейных инволюций.

В 2016 году вместе с Artur Avila (Париж, Франция, и Рио-де-Жанейро, Бразилия) и Pascal Hubert мы завершили начатую годом ранее работу по изучению вопроса асимптотических направлений в задаче С. П. Новикова в случае специального семейства хаотических режимов, ассоциированных с Rauzy Gasket.

Этот вопрос, сформулированный в 1982 году в связи с изучением полуклассического движения электрона в магнитном поле, состоит в следующем: рассматривается 3-периодическая поверхность в  $\mathbb{R}^3$  (то есть такая, которая инвариантна относительно сдвига на векторы некоторой решетки) и ее сечения плоскостями, ортогональными фиксированному направлению. Это направление с точки зрения физики является направлением магнитного поля, а сама поверхность - это поверхность Ферми. Нас интересует поведение полученных сечений.

Как было показано в работах А. Зорича и И. А. Дынникова, принципиально возможно три варианта поведения указанных сечений: тривиальный (когда все они компактны), интегрируемый (когда сечения являются слегка возмущенными прямыми) и хаотический (когда сечения не имеют четко выраженного асимптотического направления). В настоящее время все открытые вопросы связаны с хаотическими сечениями.

Легко видеть, что эта задача может быть переформулирована в терминах измеримых слоений на поверхностях: факторизация по решетке приведет к тому, что вместо исследования поведения сечений мы можем сосредоточиться на изучении поведения слоев слоения, заданного 1-формой на 3-мерном торе и индуцированного на вложенный в этот тор поверхности.

Мы построили инвариантную меру, носителем которой является Rauzy Gasket, и с помощью техники показателей Ляпунова показали, что для рассматриваемого нами множества наличие слабого асимптотического направления для хаотического режима является общим свойством по отношению к построенной мере.

В 2017 году мы продолжили эту работу вместе с Carlos Matheus (Париж, Франция, и Рио-де-Жанейро, Бразилия) и Pascal Hubert. Нас интересует возможность представления описанной выше меры как меры Боуэна - Маргулиса (что в частности сделает ее конструкцию намного более явной и позволит, например, провести численные эксперименты для расчета показателей Ляпунова). В качестве by-product этой работы мы получили также результат об экспоненциальном перемешивании для специального потока, который является аналогом потока Тейхмюллера в нашем случае. Работа пока готовится к публикации.

Кроме того, вместе со Stefano Marmi (Пиза, Италия) и Erwan Lanneau (Гренобль, Франция) я занималась изучением диофантовых свойств линейных инволюций - аналога перекладываний отрезков, возникающего при рассмотрении слоений на поверхностях, которые задаются квадратичными дифференциалами. Работа еще не завершена, но ожидаемые результаты - это определение условия типа Рота и доказательство двух утверждений: о разрешимости кохомологических уравнений для линейных инволюций типа Рота и о выполнении условия типа Рота для почти всех линейных инволюций, соответствующих квадратичным дифференциалам.

В целом за прошедшие три года удалось достаточно существенно продвинуться в понимании того, как с точки зрения динамики и эргодической теории устроены разные обобщения перекладываний отрезков и применить полученные результаты к задачам смежных областей (маломерной топологии, например).

## 2 Опубликованные и поданные в печать работы

В 2014 - 2017 году были опубликованы следующие работы:

- Entropy and complexity of polygonal billiards with spy mirrors (with Serge Troubetzkoy), *Nonlinearity*, Vol. 28, 2015, 3443–3456; arXiv: 1501.04584;
- Symmetric band complexes of thin type and chaotic sections which are not actually chaotic (with Ivan Dynnikov), *Trans. Moscow Math. Soc.*,

Vol. 76, no. 2, 2015, 287–308, arXiv: 1501.06866;

- Diffusion for chaotic plane sections of 3-periodic surfaces (with Artur Avila and Pascal Hubert), *Inventiones mathematicae*, Vol. 206, no. 1, 2016, 109–146; arXiv: 1412.7913;

Несколько работ готовится к публикации.

### **3 Работа в научных центрах и международных группах**

В феврале 2017 года я работала в Марселе (Франция) и выступала с докладом на конференции *Teichmüller space, Polygonal billiards, Interval Exchange*.

В июне 2017 года вместе с Антоном Зоричем я организовывала в Москве конференцию *Moduli Spaces in Moscow: Dynamics and Geometry*.

В октябре 2017 года я работала со Stefano Marmi, а в ноябре 2017 года - с Pascal Hubert в Москве.

### **4 Педагогическая деятельность**

В настоящее время я являюсь научным руководителем одного студента магистратуры и научным руководителем трех студентов 3 курса и двух студентов 1 курса факультета математики НИУ ВШЭ.

В осеннем семестре 2017 года я читаю курс "Введение в математическую статистику" веду семинары по математическому анализу и топологии и являюсь одним из руководителей студенческого семинара "Геометрия и динамика" на факультете математики ВШЭ. Кроме того, я читаю курс "Динамические системы и эргодическая теория" в Сколтехе и курирую на факультете математики ВШЭ вопросы международных отношений.