Отчет за 2016 г. Бородин Петр Анатольевич.

Полученные результаты

(1) Исследовалась плотность полугруппы, порождаемой сдвигами одной функции, определенной на окружности T, в различных пространствах функций на T. В частности, получен следующий результат.

Пусть $1 \le p < \infty$, и 2π-периодическая функция f из действительного пространства $L_p(T)$ имеет ряд Фурье $\sum_{n\in\mathbb{Z}} c_n e^{int}$ с условиями
(a) $c_0 = 0$, $c_n \neq 0$ для всех $n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$;
(b) $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} |n||c_n|^2 < \infty$ при $1 \le p \le 2$ или $\sum\limits_{n\in\mathbb{Z}} |n||c_n|^q < \infty$ при $p \ge 2$ $(1/p + 1/q = 1)$.
Тогда суммы сдвигов $\sum_{k=1}^N f(t + a_k)$, $a_k \in \mathbb{R}$, $N = 1, 2, \ldots$, плотны в пространстве $L_p^0(T) = \{g \in L_p(T) : \int_T g(t)\,dt = 0\}$.

Условие (b) в этом результате нельзя заменить на $|c_n| = O(1/n)$ $(n \to \infty)$: для разности индикаторов $f(t) = I_{[-\pi,-\alpha]} - I_{[\alpha,\pi)}$ указанные суммы сдвигов принимают только целые значения и не плотны в $L_p^0(T)$.

Аналогичные результаты получены для пространств $C(T)$, $H_p(T)$ и $AC(|z| \le 1)$. При их доказательстве используются доказанные мною ранее общие теоремы о плотности полугрупп в банаховых пространствах.

(2) Получен следующий результат о приближении "конденсатором". Пусть компакты K, E^+, E^- на комплексной плоскости попарно не пересекаются, компакт K не разбивает плоскость, и либо неограниченная компонента дополнения к $E^+ \cup E^-$, либо одна из ограниченных компонент этого дополнения, на границе которой есть точки обоих компактов E^+ и E^-, не пересекается с K. Тогда разности $r^+ - r^-$ наипростейших дробей (логарифмических производных многочленов), где полюсы r^+ лежат в E^+ и полюсы r^- лежат в E^-, плотны в пространстве $AC(K)$ функций, непрерывных на K и голоморфных внутри K. Этот результат является окончательным в следующем смысле: доказано, что если все указанные компоненты дополнения к $E^+ \cup E^-$ содержат бесконечно много точек компакта K, то указанные разности не плотны в $AC(K)$.

Опубликованные работы

1. Приближение наипростейшими дробями с ограничением на полюсы, II // Матем. сборник. 2016. Т. 207, вып. 3, С. 19-30.

2. Задачи по функциональному анализу. М., МЦНМО, 2016. 335 стр. (совместно с А.М. Савчуком и И.А. Шейпаком).

3. Приближение суммами сдвигов одной функции на окружности // Известия РАН. Серия математическая. 2017. Т. 81 (принято к печати).

Участие в конференциях

1. 18-я Саратовская зимняя математическая школа "Современные проблемы теории функций", г. Саратов, 27 января – 3 февраля 2016 г.

2. 8-я международная Петрозаводская конференция "Комплексный анализ и его приложения", г. Петрозаводск, 3–9 июля 2016 г.

3. 4-th International Workshop "Analysis, Geometry and Probability", Москва,

мехмат МГУ им. М.В. Ломоносова, 26–30 сентября 2016 г.

Педагогическая деятельность

1. Чтение лекций по курсам "Теория функций комплексного переменного" и "Геометрическая теория приближений" и ведение семинаров по курсам "Теория функций комплексного переменного", "Функциональный анализ" и "Действительный анализ" на мехмате МГУ имени М.В.Ломоносова.

2. Руководство семинаром "Геометрическая теория приближений", научное руководство 3 студентами на мехмате. Двое моих аспирантов (А.А. Флеров и К.В. Чеснокова) защитили в этом году кандидатские диссертации.

4. Участие в работе методической комиссии Московской математической олимпиады.

5. Уроки геометрии в 10 классе школы № 54 г. Москвы, уроки математического анализа в СУНЦ МГУ им. А.Н. Колмогорова.