

ОТЧЕТ ПО ГРАНТУ ФОНДА «ДИНАСТИЯ» ЗА 2015 г.

Александр Гайфуллин

1. Результаты, полученные в этом году:

Завершена работа над построением примеров несамопересекающихся изгибаемых сферических кросс-политопов с непостоянными объёмами, содержащихся в открытых полусферах. (Результат был анонсирован в отчете прошлого года, но работа над ним была завершена уже в этом году.) Эти примеры являются, во-первых, первыми примерами несамопересекающихся изгибаемых многогранников в размерностях 4 и выше, а во-вторых, опять же в размерностях 4 и выше это - первые примеры сферических изгибаемых многогранников (содержащихся в открытых полусферах) с непостоянными объёмами. Ранее такой пример был известен только в трёхмерной сфере (В.А. Александров, 1997) и был самопересекающимся.

Исследованы геометрические свойства изгибаемых кросс-политопов простейшего типа в пространствах постоянной кривизны: евклидовом, сферическом и пространстве Лобачевского - всех размерностей. Изгибаемые кросс-политопы простейшего типа выделяются среди всех остальных изгибаемых кросс-политопов следующим свойством: их двугранные углы изменяются в процессе изгибания так, что тангенсы половин любых двух из них прямо или обратно пропорциональны друг другу. Для таких кросс-политопов выписаны явные формулы для их двугранных углов, явно выписаны линейные соотношения между объёмами их граней коразмерностей 1 и 2. Известно, что в процессе изгибания такие кросс-политопы дважды проходят через так называемые плоские положения - вырожденные положения, когда многогранник содержится в гиперплоскости. Доказано, что в каждом из этих плоских положений $(n-1)$ -мерные кросс-политопы, получающиеся из исходного n -мерного кросс-политопа при отбрасываниях пар противоположных вершин, описаны около концентрических сфер в евклидовом и сферическом случае, а в случае пространств Лобачевского сферы могут заменяться на орисферы или эквидистантные поверхности.

В целом за время выполнения проекта (2013-2015 года) кроме указанных выше получены следующие основные результаты.

Доказано (совместно с С.А. Гайфуллиным), что при изгибаниях дупериодической полиэдральной поверхности, гомеоморфной плоскости, в трёхмерном евклидовом пространстве матрица Грама её решётки периодов может изменяться не более, чем с одной степенью свободы.

Доказано, что полиномиальное соотношение между квадратом объёма n -мерного симплекса и квадратами площадей двумерных граней этого симплекса может быть выбрано моническим по отношению к квадрату объёма симплекса (т.е. таким, что коэффициент при старшей степени квадрата объёма равен 1) тогда и только тогда, когда n чётно и не менее 6.

Построены примеры (самопересекающихся) изгибаемых многогранников в пространствах постоянной кривизны: евклидовом пространстве, сфере и пространстве Лобачевского - всех размерностей. Классифицированы все изгибаемые многогранники простейшего возможного комбинаторного типа, а именно, имеющие комбинаторный тип кросс-политопа - правильного многогранника, двойственного кубу. Для каждого из

типов изгибаемых кросс-политопов выписана явная параметризация изгиба в рациональных или эллиптических функциях.

2. Опубликованные и поданные в печать работы за 2015 год:

1) А. А. Гайфуллин, "Вложенные изгибаемые сферические кросс-политопы с непостоянными объемами", Геометрия, топология и приложения, Сборник статей. К 70-летию со дня рождения профессора Николая Петровича Долбилина, Тр. МИАН, 288, МАИК, М., 2015, 67-94.

3. Участие в конференциях и школах:

1) Международная конференция "Quantum topology", 13-18 июля, Санкт-Петербург, Россия, приглашенный доклад "The Bellows conjecture in odd-dimensional Lobachevsky spaces".

2) The 5th German-Russian Week of the Young Researcher "Discrete Geometry", 7-11 сентября, Долгопрудный, Россия, приглашенный доклад "Volumes of flexible polyhedra in Lobachevsky spaces"

3) International Conference "Discretization in Geometry and Dynamics", 5-9 октября 2015 г., Хершинг, Германия, приглашенный доклад "On the bellows conjecture in spaces of constant curvature".

4) International Open Chinese-Russian Conference "Torus Actions: Topology, Geometry, and Number Theory", 26-29 октября 2015 г., Пекин, Китай.

4. Работа в научных центрах и международных группах: нет

5. Педагогическую деятельность (включая научное руководство).

1) Чтение специальных курсов лекций на Механико-математическом факультете МГУ: "Теория когомологий и её приложения" (весенний семестр) и "Введение в алгебраическую топологию" (осенний семестр).

2) Ведение практических занятий по курсу "Классическая дифференциальная геометрия" на Механико-математическом факультете МГУ (весенний семестр, 1 группа).

3) Ведение практических занятий по курсу "Введение в топологию" на Механико-математическом факультете МГУ (осенний семестр, 1 группа).

4) Руководство учебным семинаром для студентов на Механико-математическом факультете МГУ "Теории гомологий и характеристические классы" (весенний семестр).

5) Соруководство "Учебно-научным семинаром по геометрии и топологии" для студентов и аспирантов на Механико-математическом факультете МГУ (осенний семестр).

6) Научное руководство 1 аспирантом МИАН и 6 студентами мехмата МГУ. Один студент мехмата МГУ (Денис Городков) в текущем году защитил под моим руководством дипломную работу, которая получила первую премию на конкурсе им. Августа Мёбиуса в номинации "Студенты".