

Отчет по гранту фонда «Династия» за 2014 г.

А. В. Фонарёв

Давняя гипотеза гласит, что в ограниченной производной категории когерентных пучков на рациональном однородном многообразии существует полный исключительный набор, состоящий из эквивариантных векторных расслоений. Известно, что в конечном итоге задача сводится к построению таких наборов в производных категориях обобщенных грассманианов, т.е. факторов простых алгебраических групп по максимальным параболическим подгруппам.

В недавней работе А. Кузнецов совместно с А. Полищуком предложили некоторый метод построения исключительных наборов максимальной длины в производных категориях обобщенных грассманианов групп типа $B/C/D$. Данная конструкция заключается в том, что нужно выбрать некоторое семейство весов фактора Леви параболической подгруппы, удовлетворяющее специальным теоретико-представленческим свойствам, после чего рассмотреть в эквивариантной производной категории набор двойственный к набору эквивариантных расслоений, построенному по данному семейству весов.

Полнота наборов Кузнецова–Полищука остается недоказанной, а конструкция, несмотря на внешнюю простоту, мало изученной. В своей работе Кузнецов и Полищук сформулировали гипотезу, предсказывающую существование некоторого конечного семейства полных исключительных наборов на классических грассманианах (тип A), стоящих в промежутке между Капрановским набором и его двойственным. Гипотетические наборы должны были бы получаться описанной конструкцией, но проверить необходимые теоретико-представленческие условия не представляется возможным.

Нам удалось обойти описанную проблему и доказать гипотезу Кузнецова–Полищука. В частности, была найдена простая геометрическая конструкция довольно большого числа исключительных эквивариантных векторных расслоений на грассманианах в виде прямых образов специально подобранных векторных расслоений на многообразиях частичных флагов. С помощью данной конструкции удалось напрямую проверить условия исключительности и полуортогональности, а также двойственность в эквивариантной категории. В частности, из полученных результатов следует выполнение некоторых нетривиальных теоретико-представленческих условий для представлений максимальных параболических подгрупп в типе A .

Оказалось, что геометрическая конструкция также позволяет доказать полноту построенных наборов. Не так давно автором были построены точные комплексы эквивариантных векторных расслоений, названные ступен-

чатыми, которые выражают некоторые перестройки в капрановском полном исключительном наборе. В нынешнем году была найдена альтернативная конструкция ступенчатых комплексов, которая позволила обобщить их на случай новых исключительных наборов и расслоений. С помощью обобщенных ступенчатых комплексов было доказано, что все построенные наборы эквивалентны капрановскому и, в частности, являются полными.

Ожидается, что развитая техника найдет применение к вопросам доказательства полноты наборов Кузнецова–Полищука на обобщенных грассманианах.

Papers

[1] *Исключительные векторные расслоения на грассманианах*, УМН, **69**:4(418) (2014), 189–190.

Scientific conferences and seminar talks

[1] Talk “Exceptional vector bundles on Grassmannians” at “Shafarevich Seminar” (Steklov Mathematical Institute), Moscow, September 23.

[2] Talk “Exceptional vector bundles on Grassmannians” at “Arithmetic, Geometry and Coding Theory” (Laboratoire J.-V.Poncelet), Moscow, September 25.

[3] Talk “Structure of derived categories for Grassmannians” at “Lie groups and invariant theory” (Moscow State University), Moscow, October 1.

Teaching

[1] Coherent sheaves on algebraic varieties. Independent University of Moscow, III–IV year students, September–December 2014, 2 hours per week.