

ОТЧЁТ

СТИПЕНДИАТА ФОНДА «ДИНАСТИЯ»

А. В. УСТИНОВА ЗА 2013 ГОД

Опубликовано 2 статьи. Одна статья сдана в печать. Получены результаты, по которым готовится ещё 3 статьи.

Участие в конференциях

1. Рождественский семинар фонда «Династия» (Москва, МЦНМО 8–11 января 2013). Спиновые цепочки и статистики Гаусса-Кузьмина для квадратичных иррациональностей;
2. «Multidimensional Continued Fractions» (Graz, 22–26 июня 2013 г.). Kloosterman sums and continued fractions.
3. «Действия торков: топология, геометрия, теория чисел» (2–7 сентября 2013, Хабаровск) Voronoi – Minkowski 3D continued fractions.
4. XXXVII Дальневосточная математическая школа-семинар им. Е.В. Золотова (08–14 сентября 2013 г., Владивосток) Трёхмерные цепные дроби по Вороному и Минковскому.
5. The Fifth International Conference on Analytic Number Theory and Spatial Tessellations (Kyiv, September 16-20, 2013). On statistical properties of 3-dimensional Voronoi – Minkowski continued fractions.
6. 2 Международная конференция «Якоби-2013» (Калининград, 3–5 октября 2013 г.). Трёхмерные цепные дроби по Вороному и Минковскому.

Педагогическая деятельность

Готовил школьников к участию в региональной и всероссийской олимпиадам. Участвовал в подготовке школьной олимпиады Хабаровска по математике. Участвовал в подготовке и проведении VII командно-личного турнира школьников «Математическое многоборье» (3–8 ноября 2014 г., СУНЦ МГУ) и Московской осенней олимпиадной школы (11–22 ноября 2014 г.). Продолжается руководство аспирантом.

Обзор научных результатов

[1] В статье доказаны новые результаты, связанные с теоретико-числовой моделью спиновых цепочек. Решена задача Арнольда о статистиках Гаусса — Кузьмина для квадратичных иррациональностей. Доказано, что разложения приведенных квадратичных иррациональностей в цепные дроби (при усреднении по длине иррациональностей, которая определяется как длина соответствующей замкнутой геодезической на модулярной поверхности) удовлетворяют закону Гаусса — Кузьмина.

[2] Предложено новое короткое доказательство трёхмерного аналога (доказанного первоначально Авдеевой и Быковским) классической теоремы Валена о приближениях вещественных чисел соседними подходящими дробями. Результат можно оценивать как небольшой шаг в понимании трехмерных цепных дробей Вороного — Минковского.

[3] Для числа решений сравнения $xy \equiv 1 \pmod{p}$ под графиком линейной функции доказывается асимптотическая формула с корневым (на $1/2$, то есть наилучшим возможным) понижением в остаточном члене. Ранее такая формула была известна с понижением на $1/4$.

[4] На основе результатов статьи [3] получены новые результаты о росте коэффициентов круговых многочленов.

[5] Получен основной результат из анонсированных в заявке. Создан аналитический аппарат, основанный на оценках сумм Клоостермана, предназначенный для решения задач трёхмерной геометрии чисел. Статья готовится к публикации,

[6] Найдены новые комбинаторные свойства трёхмерных цепных дробей Вороного — Минковского.

Учебно–методические публикации

[7] Сборник состоит из задач по математике, которые в разные годы предлагались на вступительных экзаменах в 10 и 11 классы школы им. А. Н. Колмогорова. Приводятся задачи разного уровня сложности по алгебре, геометрии и теории чисел.

[8] В статье приводится решение задачи о невозможности построения треугольника по основаниям высот. Доказана невозможность построения треугольника по основаниям двух высот и любой из следующих точек: ортоцентр, центр масс, центр описанной окружности. (Вопрос о возможности таких построений был открытым).

[9] В статье излагаются различные подходы подсчёта сопротивлений между вершинами графов. Основной метод — нетривиальное использование соображений симметрии.

Публикации за 2013 год (и предполагаемые в 2014 году)

[1] Спиновые цепочки и задача Арнольда о статистиках Гаусса — Кузьмина для квадратичных иррациональностей. — *Мат. сборник* 204: 5 (2013), 143–160.

[2] К трёхмерной теореме Валена. — *Мат. заметки* 95: 1 (2014) (4 стр.).

[3] О точках модулярной гиперболы под графиком линейной функции. — *Мат. заметки*, (сдано в печать, 4 стр.).

[4] Sister Beiter and Kloosterman: a tale of cyclotomic coefficients and modular inverses. II (with C. Cobeli, Y. Gallot, P. Moree, A. Zaharescu) (in preparation)

[5] Трёхмерные цепные дроби и суммы Клоостермана (готовится к публикации).

[6] Geometry of Minkowski–Voronoi tessellations of the plane (with O. Karpenkov) (in preparation).

[7] « 18×18 — Вступительные задачи ФМШ при МГУ» (совм. с Н. Б. Алфутовой и Ю. Е. Егоровым) — МЦНМО 2013 (216 стр.).

[8] Можно ли построить треугольник по основаниям биссектрис? *Потенциал*, 10 (2012), (9 стр.).

[9] Скопенков М., Пахарев А., Устинов А. Сквозь сеть сопротивлений. «*Математическое Просвещение*», третья серия, (сдано в печать, 25 стр.).