

Алексей Яковлевич Канель-Белов
Задачи к теме „Процессы“

Письменно — задача 5 для единичного куба

1. Дано n прямых, среди которых нет параллельных, и n различных точек. Докажите, что точки и прямые можно пронумеровать числами от 1 до n так, чтобы отрезки перпендикуляров, опущенных из i -й точки на i -ю прямую, не пересекались.
2. Дано n красных и n синих точек, никакие 3 из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что красные и синие точки можно по отдельности пронумеровать числами от 1 до n так, чтобы отрезки, соединяющие красные и синие точки с одинаковыми номерами, не пересекались.
3. Дан граф из n вершин, степень каждой вершины не более 5. Докажите, что его можно раскрасить в 3 цвета так, чтобы количество ребер, соединяющих одноцветные вершины, было не более $\frac{n}{2}$.
4. По кругу расставлены бензоколонки, количество бензина достаточно, чтобы проехать полный круг. Докажите, что, стартуя от одной из них с пустым баком, автомобиль сможет проехать полный круг, заправляясь по дороге.
5. В единичном кубе взято 8 точек. Доказать, что расстояние между какими-то двумя из них не больше 1. Тот же вопрос для квадрата и 4 точек, для 4-мерного куба и 16 точек.