

Числа.

Елизавета Пономарева

Менделеево

2 апреля 2007

Группа Тельца

1. Докажите, что между числами n и $n!$ есть хотя бы одно простое число.
2. а) Существует ли бесконечная арифметическая прогрессия, состоящая из простых чисел?
б) арифметическая прогрессия длины 5? в) 6?
3. Числа p и $p^2 + 2$ простые. Докажите, что число $p^3 + 2$ простое.
4. Докажите, что для любого нечетного n выполнено $n \mid 2^{n!} - 1$.
5. Два числа получаются друг из друга перестановкой цифр. Пусть $N = a - b$. С числом N проделаем следующую операцию — найдем сумму цифр N (N записано в десятичной системе счисления), потом сложим цифры, которыми записана сумма и т.д., пока не получим однозначное число. Найдите это полученное число.
6. Натуральные числа m и n таковы, что $m > n$, m не делится на n и имеет от деления на n такой же остаток, что и $m + n$ от деления на $m - n$. Найдите отношение $m : n$.
7. Для любого ли натурального числа s существует натуральное число n с суммой цифр s , делящееся на s .
8. Докажите, что каждое четное число k для каждого натурального числа m является разностью двух натуральных чисел, взаимно простых с m .
9. Известно, что $x > 0$, $y > 0$ и $x^3 + y^3 = x - y$. Докажите, что $x^2 + 4y^2 < 1$.
10. Пусть x и y — натуральные числа. Известно, что $2x^5 - 1 = y^{15}$. Докажите, что если $x > 1$, то $5 \mid x$.