Простые числа.

Елизавета Пономарева

Менделеево 2 апреля 2007 Группа Орла

1. Существует ли степень 7, оканчивающаяся на 0001?

2. Доказать, что если числа a и 561 взаимнопросты, то $a^{561} \equiv 1 \pmod{561}$

3. Для каких простых p существует число вида $11\ldots1$, делящееся на p?

4. Пусть p — простое число. Докажите, что любой простой делитель числа $2^p - 1$ имеет вид $2kp + 1$.

5. p — простой делитель $2^{2^n} + 1$. Докажите, что p дает остаток -1 при делении на 2^{n+1}.

6. Докажите, что $(n, 2^{2^n}) = 1$.

7. Докажите, что для любого нечетного n: $n \mid 2^{n!} - 1$

8. Докажите, что для любого натурального $n > 1$ число $2^n - 1$ не делится на n.

9. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n, для которых $2^n + 1$ делится на n. Найдите все такие простые n.

10. Докажите, что для любого простого $p > 2$ существует бесконечно много натуральных n, для которых $n \cdot 2^n + 1$ делится на p.

11. Для любого ли натурального числа s существует натуральное число n с суммой цифр s, делящееся на s.

Простые числа.

Елизавета Пономарева

Менделеево 2 апреля 2007 Группа Орла

1. Существует ли степень 7, оканчивающаяся на 0001?

2. Доказать, что если числа a и 561 взаимнопросты, то $a^{561} \equiv 1 \pmod{561}$

3. Для каких простых p существует число вида $11\ldots1$, делящееся на p?

4. Пусть p — простое число. Докажите, что любой простой делитель числа $2^p - 1$ имеет вид $2kp + 1$.

5. p — простой делитель $2^{2^n} + 1$. Докажите, что p дает остаток -1 при делении на 2^{n+1}.

6. Докажите, что $(n, 2^{2^n}) = 1$.

7. Докажите, что для любого нечетного n: $n \mid 2^{n!} - 1$

8. Докажите, что для любого натурального $n > 1$ число $2^n - 1$ не делится на n.

9. Докажите, что существует бесконечно много натуральных n, для которых $2^n + 1$ делится на n. Найдите все такие простые n.

10. Докажите, что для любого простого $p > 2$ существует бесконечно много натуральных n, для которых $n \cdot 2^n + 1$ делится на p.

11. Для любого ли натурального числа s существует натуральное число n с суммой цифр s, делящееся на s.