Лев, Алгебра-5. А. Я. Белов.

Письменная задача. Пусть $x_1, \ldots, x_n > 0$, $M_k = \sqrt[k]{\sum\limits_{i_1<\cdots<i_k} \frac{x_{i_1}\ldots x_{i_k}}{C_n^k}}$. Доказать неравенства Маклорена: $M_1 \geqslant \cdots \geqslant M_n$.

1. Доказать, что корни производной многочлена лежат внутри выпуклой оболочки его корней.

2. Многочлен n-й степени $P(x)$ имеет n различных вещественных корней. Доказать, что множество решений неравенства $\frac{P'(x)}{P(x)} > c$ имеет меру не больше $\frac{n}{c}$.

3. Пусть $x_1 < x_2 < \cdots < x_{2007}$, $y_1 < y_2 < \cdots < y_{2007}$, и для любого $k \in 1, \ldots, 2006$ $\sum\limits_{i=1}^{2007} x_i^k = \sum\limits_{i=1}^{2007} y_i^k$. Доказать, что если $x_1 < y_1$, то $x_{2007} < y_{2007}$.

Лев, Алгебра-5. А. Я. Белов.

Письменная задача. Пусть $x_1, \ldots, x_n > 0$, $M_k = \sqrt[k]{\sum\limits_{i_1<\cdots<i_k} \frac{x_{i_1}\ldots x_{i_k}}{C_n^k}}$. Доказать неравенства Маклорена: $M_1 \geqslant \cdots \geqslant M_n$.

1. Доказать, что корни производной многочлена лежат внутри выпуклой оболочки его корней.

2. Многочлен n-й степени $P(x)$ имеет n различных вещественных корней. Доказать, что множество решений неравенства $\frac{P'(x)}{P(x)} > c$ имеет меру не больше $\frac{n}{c}$.

3. Пусть $x_1 < x_2 < \cdots < x_{2007}$, $y_1 < y_2 < \cdots < y_{2007}$, и для любого $k \in 1, \ldots, 2006$ $\sum\limits_{i=1}^{2007} x_i^k = \sum\limits_{i=1}^{2007} y_i^k$. Доказать, что если $x_1 < y_1$, то $x_{2007} < y_{2007}$.

Лев, Алгебра-5. А. Я. Белов.

Письменная задача. Пусть $x_1, \ldots, x_n > 0$, $M_k = \sqrt[k]{\sum\limits_{i_1<\cdots<i_k} \frac{x_{i_1}\ldots x_{i_k}}{C_n^k}}$. Доказать неравенства Маклорена: $M_1 \geqslant \cdots \geqslant M_n$.

1. Доказать, что корни производной многочлена лежат внутри выпуклой оболочки его корней.

2. Многочлен n-й степени $P(x)$ имеет n различных вещественных корней. Доказать, что множество решений неравенства $\frac{P'(x)}{P(x)} > c$ имеет меру не больше $\frac{n}{c}$.

3. Пусть $x_1 < x_2 < \cdots < x_{2007}$, $y_1 < y_2 < \cdots < y_{2007}$, и для любого $k \in 1, \ldots, 2006$ $\sum\limits_{i=1}^{2007} x_i^k = \sum\limits_{i=1}^{2007} y_i^k$. Доказать, что если $x_1 < y_1$, то $x_{2007} < y_{2007}$.