Группа „Зима"

Немного о двойных отношениях (и не только...)

I) Двойное отношение $(A;B;C;D) = \dfrac{\overline{AC}\cdot\overline{BD}}{\overline{AD}\cdot\overline{BC}}$

а) Четырёх точек на прямой

б) Четырёх прямых в пл-ти

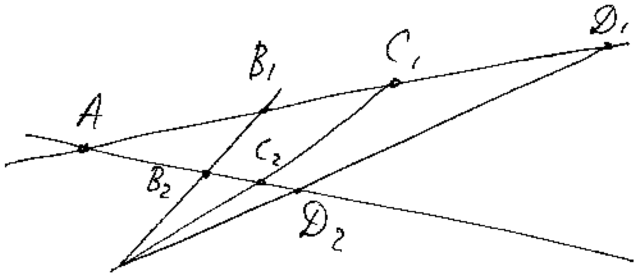
в) Четырёх точек на окр-ти

1) а) $(A;B;C;D) = 1 \Leftrightarrow A = B$ либо $C = D$ (в каждой из 3-х моделей)

б) Для данных A, B, C, D:
если $\exists\, D'$: $(A;B;C;D) = (A;B;C;D') \Rightarrow$
$\Rightarrow D = D'$

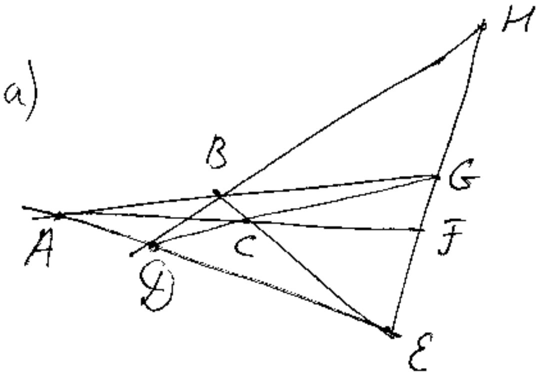
в) $(ABCD) = (CDAB) = \dfrac{1}{(BACD)} = \dfrac{1}{(ABDC)}$

2)



(!) B_1B_2, C_1C_2, D_1D_2 конкурентны $\Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (AB_1C_1D_1) =$
$= (AB_2C_2D_2)$

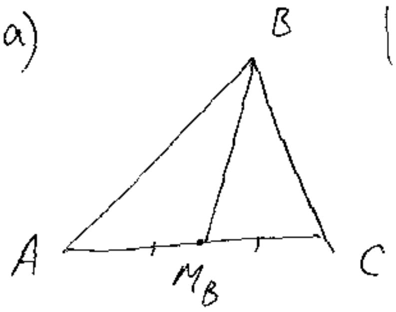
3) а)



(!) $(EGFH) = -1$ (гармоническая четвёрка)

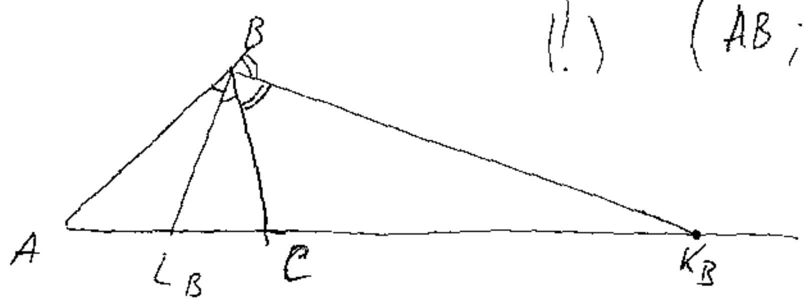
б) $(ABCD)^2 = 1 \Leftrightarrow$
$(ABCD) = (CDAB) = (BACD) = (ABDC)$

4) а)



(!) $(AB; BC; BM_B; AC) = -1$

б)



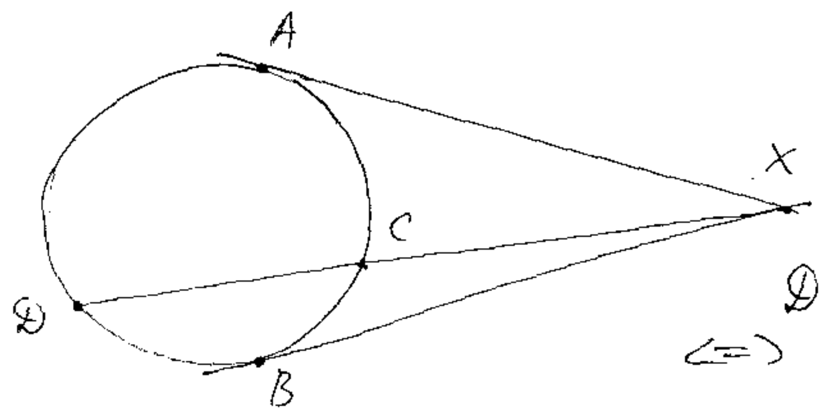
(!) $(AB; BC; BL_B; BK_B) = -1$

5) $(l_1; l_2; l_3; l_4) = -1$ (прямые) $\Rightarrow$

а) если т. $O \in l_1, l_2, l_3$ $\Rightarrow$ они высекают на l_4 равные отрезки

б) если $l_1 \perp l_2$ $\Rightarrow$ это биссектрисы для l_3 и l_4

6)



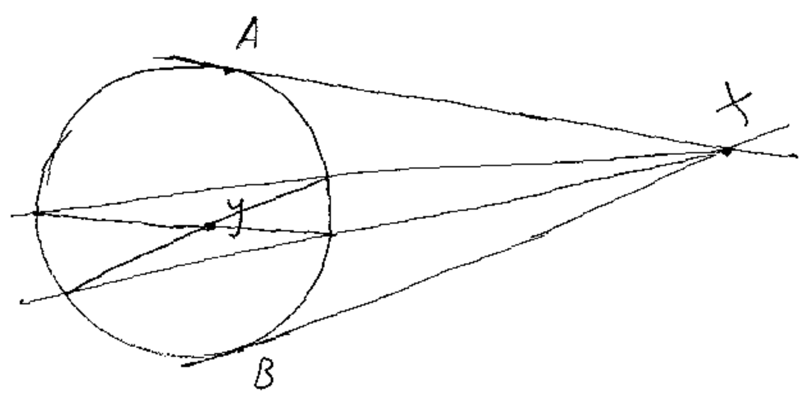
Пусть k_T - касательная к окр-ти в точке T $\Rightarrow$

$DC \cap k_A \cap k_B =$ точка $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (ABCD) = -1$

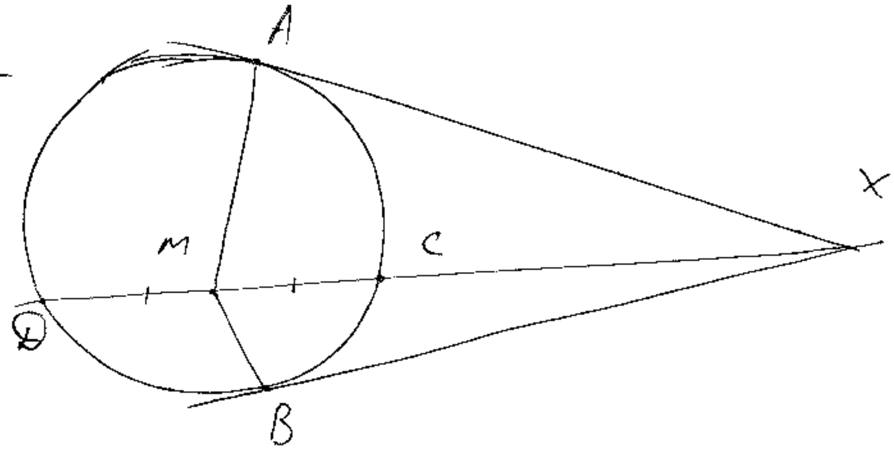
7) $DC \cap k_A \cap k_B =$ точка $\Leftrightarrow AB \cap k_D \cap k_C =$ точка

8)



(!) точки A, Y, B - коллинеарны

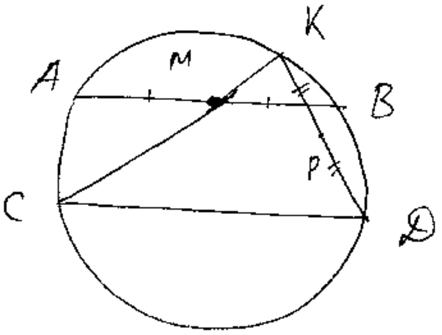
9)



M – сер. CD

(!) $\angle AMX = \angle BMX$

10)



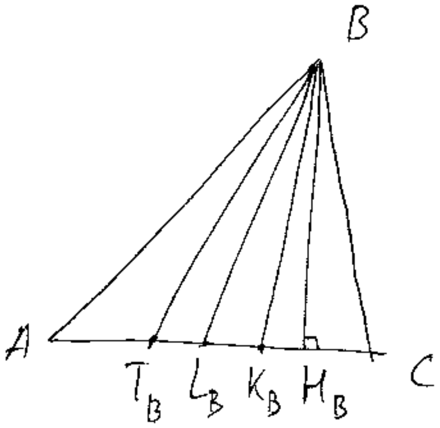
$AB \parallel CD$ – хорды окр-ти ω

M – сер. AB; $CM \cap \omega = K, C$

P – сер. DK

(!) $\angle BPK = \angle KPA$

11)



H_B – осн. высоты на AC

K_B – точка кас. впис. окр-ти и AC

L_B – осн. биссектрисы на AC

T_B – точка кас. внев. окр-ти и AC

(!) $(T_B\ K_B\ L_B\ H_B) = -1$

12) а) $CT_B = AK_B = \dfrac{AC + AB - BC}{2} = \dfrac{b + c - a}{2}$

б) $CH_B = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$

13) $(C H_B T_B K_B) = (C H_A T_A K_A)$

14) $T_A T_B$, $L_A L_B$, $K_A K_B$, $H_A H_B$ – конкурентны